

## ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### ΦΥΛΛΟ 1

**Άσκηση 0.0.1.** Εστω η συνάρτηση δύο μεταβλητών  $f(x, y)$ . Αν η  $f$  έχει συνεχείς μερικές παραγώγους μέχρι και δεύτερης τάξης, ισχύει ότι: η  $f$  είναι κυρτή αν και μόνο αν για κάθε σημείο  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  και για κάθε διάνυσμα  $a = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2$  ισχύει  $D_a^{(2)}(x_0, y_0) \geq 0$ , όπου

$$D_a^{(2)}(x_0, y_0) = (a_1 \frac{\partial}{\partial x} + a_2 \frac{\partial}{\partial y})^{(2)} f|_{(x_0, y_0)}$$

$$= \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} a_1^2 + 2 \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x \partial y} a_1 a_2 + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2} a_2^2.$$

(βλ. βιβλίο σελ. 94)

**Άσκηση 0.0.2.** Εστω σχέση προτίμησης  $\succeq$  του  $\mathbb{R}_+^2$  που ορίζεται από τη συνάρτηση χρησιμότητας  $u(x, y)$ . Να παρασταθούν γραφικά οι καμπύλες αδιαφορίας της  $\succeq$ . Εξετάστε αν η  $\succeq$  είναι μονότονη, κυρτή και συνεχής.

- (i)  $u(x, y) = xy$ ,
- (ii)  $u(x, y) = \min\{x, y\}$ ,
- (iii)  $u(x, y) = \max\{x, y\}$ ,
- (iv)  $u(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ .

**Άσκηση 0.0.3.** Ορίστε τη λεξικογραφική διάταξη του  $\mathbb{R}_+^3$ . Εξετάστε αν είναι κάτω ημισυνεχής και αν αναπαρίσταται από συνεχή συνάρτηση χρησιμότητας.

**Άσκηση 0.0.4.** Εστω η σχέση προτίμησης  $\succeq$  που ορίζεται από τη συνάρτηση χρησιμότητας  $u$ . Αν η  $\succeq$  είναι μονότονη, δείξτε ότι η  $\succeq$  αναπαρίσταται από συνάρτηση  $\bar{u} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , ώστε  $\bar{u}(0) = 0$  και  $\bar{u}(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}_+^n$ .

**Άσκηση 0.0.5.** Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση  $u(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$  και δείξτε ότι η συνάρτηση είναι σχεδόν κοιλη αλλά δεν είναι κοιλη.

**Άσκηση 0.0.6.** Έστω  $\succeq$  σχέση προτίμησης που ορίζεται στον  $\mathbb{R}_+^n$ . Αν η σχέση προτίμησης είναι μονότονη, δείξτε ότι οι παρακάτω προτάσεις είναι ισοδύναμες:

ΣΕΛ 109-116

- (i) Η σχέση προτίμησης  $\succeq$  έχει άκρως επιθυμητό στοιχείο
- (ii) Το μοναδιαίο διάνυσμα  $e$  είναι άκρως επιθυμητό στοιχείο για αυτήν τη σχέση προτίμησης
- (iii) Κάθε αυστηρά θετικό διάνυσμα του  $\mathbb{R}^n$  είναι άκρως επιθυμητό για αυτήν τη σχέση προτίμησης.