

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΦΥΛΛΟ 3

Άσκηση 0.0.1. Εστω οικονομία με δύο αγαθά και έναν καταναλωτή με συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y) = xy^2$ και αρχικό αγαθό $\omega = (10, 3)$. Προσδιορίστε τη συνάρτηση ζήτησης $\phi(p), p >> 0$. Προσδιορίστε το ζητούμενο αγαθό όταν το διάνυσμα τιμών είναι $p = (3, 4)$.

Άσκηση 0.0.2. Σε οικονομία με δύο αγαθά και έναν καταναλωτή με συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y) = 2x + y$ και αρχικό αγαθό $\omega = (4, 3)$ προσδιορίστε την αντιστοιχία ζήτησης

$$\phi(p), p \in \mathbb{R}^2, p >> 0$$

και εξετάστε αν έχει συνεχή επιλογή.

Άσκηση 0.0.3. (i) Εστω X γραμμικός χώρος και $F : X \rightarrow \mathbb{R}$ γραμμική συνάρτηση και έστω $A \subseteq X$ κυρτό. Αν F είναι το σύνολο των σημείων του A στα οποία μεγιστοποιείται η f και $F \neq \emptyset$, δείξτε ότι το F είναι *extreme face* του A , δηλαδή ισχύει:

$$x, y, z \in A, x = \lambda y + (1 - \lambda)z, \lambda \in (0, 1), x \in F \implies y, z \in F.$$

(ii) Εφαρμογή: Σε οικονομία ανταλλαγής με τρία αγαθά και έναν καταναλωτή με συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y, z) = 4x + 3y + 5z$, προσδιορίστε τα σημεία του συνόλου προϋπολογισμού $B_{p,w}$ στα οποία η u παίρνει μέγιστη τιμή όταν (i) $p = (2, 3, 1), w = 10$, (ii) $p = (2, 2, 5), w = 10$ και (iii) $p = (4, 3, 5), w = 10$.

Άσκηση 0.0.4. Εστω η πλειότημη απεικόνιση $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ώστε $\varphi(0) = \{0\}$ και $\varphi(t) = [0, 1 - t]$ για κάθε $t \in (0, 1]$. Εξετάστε αν η φ είναι *upper hemicontinuous* και αν η φ είναι *lower hemicontinuous*.

Άσκηση 0.0.5. Εστω οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά και έναν καταναλωτή με αρχικό αγαθό $\omega = (4, 3)$. Δείξτε ότι η πλειότημη απεικόνιση

$$\varphi(p) = B_\omega(p) = \{x \in \mathbb{R}_+^2 \mid p \cdot x \leq p \cdot \omega\}, \quad p >> 0,$$

είναι συνεχής.