

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΦΥΛΛΟ 2

Άσκηση 0.0.1. (Βλέπε Σημειώσεις) Έστω $X \subseteq \mathbb{R}^m$ κυρτό και έστω η συνάρτηση $\phi : X \rightarrow \mathbb{R}$. Υποθέτουμε επίσης ότι P_0 είναι εσωτερικό σημείο του X και η ϕ έχει συνεχείς μερικές παραγώγους πρώτης τάξης σε μια περιοχή του σημείου P_0 και $\text{grad}\phi(P_0) \neq 0$. Υποθέτουμε επίσης ότι $P_1 \in X$ και ότι $\varepsilon : r(t) = P_0 + ta$, όπου $a = P_1 - P_0$ είναι η ευθεία που ορίζουν τα P_0, P_1 .

(i) Αν υπάρχει $\delta > 0$ ώστε ο περιορισμός $g(t) = \phi(r(t))$, $t \in [0, \delta)$ της ϕ στο ευδύγραμμο τμήμα της ε με áκρα τα $r(0), r(\delta)$ παίρνει ελάχιστη τιμή για $t = 0$, τότε

$$a \cdot \text{grad}\phi(P_0) \geq 0.$$

(ii) Αν υπάρχει $\delta > 0$ ώστε ο περιορισμός $\omega(t) = \phi(r(t))$, $t \in [0, \delta)$ της ϕ στο ευδύγραμμο τμήμα της ε με áκρα τα $r(0), r(\delta)$ παίρνει μέγιστη τιμή για $t = 0$, τότε

$$a \cdot \text{grad}\phi(P_0) \leq 0.$$

GED 33 (Αντερ. Θ. 213)

(τ37 . Θ.79)

GED 34 219

Άσκηση 0.0.2. (Βλέπε Σημειώσεις) Έστω η σχέση προτίμησης \succeq που ορίζεται στο κυρτό υποσύνολο X του \mathbb{R}^m , αναπαρίσταται από τη συνάρτηση χρησιμότητας $u : \mathbb{R}_+^m \rightarrow \mathbb{R}$. Αν x είναι εσωτερικό σημείο του X , η u έχει συνεχείς μερικές παραγώγους πρώτης τάξης σε μιά περιοχή του x και $\text{grad}(u)(x) \neq 0$ και επίσης $\eta \succeq$ είναι κυρτή, (η ισοδύναμα αν u είναι σχεδόν κοιλη), τότε το $\text{grad}u(x)$ στηρίζει την σχέση \succeq στο σημείο x .

Άσκηση 0.0.3. (Βλέπε Σημειώσεις) Έστω οικονομία ανταλλαγής με τρία αγαθά και έναν καταναλωτή με συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y, z) = 4x + 3y + 5z$. Προσδιορίστε τα σημεία του συνόλου προϋπολογισμού $B_{p,w}$ στα οποία η u παίρνει μέγιστη τιμή όταν

(i) $p = (2, 3, 1)$, $w = 10$, (ii) $p = (2, 2, 5)$, $w = 10$ και (iii) $p = (4, 3, 5)$, $w = 10$.

Άσκηση 0.0.4. Προσδιορίστε διάνυσμα $p = (p_1, p_2) \in \mathbb{R}_+^2$ που στηρίζει στο σημείο $(1, 1)$ τη σχέση προτίμησης \succeq του \mathbb{R}_+^2 που ορίζεται από τη συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y) = x^3y^2$. Επαληθεύστε την απαντησή σας.

GED 142 Ασκ 7.16

GED 138 Ασκ 7.10

GED 144 (Αντεραφ)

Άσκηση 0.0.5. Σε οικονομία με δύο αγαθά και έναν καταναλωτή με συνάρτηση χρησιμότητας $u(x, y) = x + y$ και αρχικό αγαθό $\omega = (3, 2)$ προσδιορίστε την αντιστοιχία ζήτησης

$$x(p), p \in \mathbb{R}^2, p >> 0$$

και εξετάστε αν έχει συνεχή επιλογή.

Άσκηση 0.0.6. Έστω οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά και δύο καταναλωτές με αρχικά αγαθά $\omega_1 = (4, 6), \omega_2 = (5, 7)$ και συναρτήσεις χρησιμότητας $u_1(x, y) = xy, u_2(x, y) = x^2y$, προσδιορίστε τις συναρτήσεις ζήτησης των καταναλωτών, τη συνάρτηση υπερβάλλουσας ζήτησης και μία τιμή ισορροπίας.

GED 175 Θ.20

Άσκηση 0.0.7. Δώστε τον ορισμό της κατανομής ισορροπίας κατά Walras που στηρίζεται από το διάνυσμα p . Στη συνέχεια εξετάστε αν σε οικονομία ανταλλαγής με δύο αγαθά και δύο καταναλωτές με αρχικό αγαθό $\omega_1 = (3, 1), \omega_2 = (3, 3)$ η κατανομή $((2, 2), (4, 2))$ είναι κατανομή ισορροπίας κατά Walras που στηρίζεται από το διάνυσμα $p = (1, 1)$, όταν οι συναρτήσεις χρησιμότητας των καταναλωτών είναι:

- (i) $u_1(x, y) = xy, u_2(x, y) = x^2y,$
- (ii) $u_1(x, y) = \min\{x, y\}, u_2(x, y) = x^2y,$
- (iii) $u_1(x, y) = xy, u_2(x, y) = \min\{x, y\}.$

Άσκηση 0.0.8. Άν \succeq συνεχής σχέση προτίμησης στον \mathbb{R}_+^m και y_0 συνοριακό σημείο του συνόλου $P_\succeq(x_0) = \{x \in \mathbb{R}_+^m | x \succeq x_0\}$ (στην επαγόμενη τοπολογία του \mathbb{R}_+^m) δείξτε ότι $y_0 \sim x_0$.

Εξ 164
Εξ 177. 8.21

Εξ 128 (Αντίρρηση)
Ασκ 6.16