

## ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### ΦΥΛΛΟ 2

**Άσκηση 0.0.1.** (i) Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x$  όταν  $x < 0$ ,  $f(x) = x + 1$  όταν  $x > 0$  και  $f(0) = a$ . Δώστε τον ορισμό της άνω και κάτω ημισυνέχειας και προσδιορίστε το α ώστε η συνάρτηση να είναι (a) άνω ημισυνεχής, (β) κάτω ημισυνεχής.

(ii) Αποδείξτε τη πρόταση (ii) του Θεωρήματος 2.28 του βιβλίου.

**Άσκηση 0.0.2.** Δείξτε ότι η συνάρτηση  $f(x, y) = \frac{a}{xy}$  όπου  $x, y > 0$  και  $a > 0$  είναι κυρτή.

Στη συνέχεια δείξτε ότι η σχέση προτίμησης που ορίζεται στον  $\mathbb{R}_+^3$  από τη συνάρτηση χρησιμότητας  $u(xyz) = xyz$  είναι κυρτή.

**Άσκηση 0.0.3.** Έστω η σχέση προτίμησης  $\succeq$  του  $\mathbb{R}_+^2$  που ορίζεται από τη συνάρτηση χρησιμότητας  $u(x, y)$ . Να παρασταθούν γραφικά οι καμπύλες αδιαφορίας της  $\succeq$  και εξετάστε αν η  $\succeq$  είναι μονότονη, κυρτή και συνεχής, όταν

$$(i) \ u(x, y) = xy,$$

$$(ii) \ u(x, y) = \min\{x, y\},$$

$$(iii) \ u(x, y) = \max\{x, y\},$$

$$(iv) \ u(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}.$$

**Άσκηση 0.0.4.** Ορίστε τη λεξικογραφική διάταξη του  $\mathbb{R}_+^3$ . Εξετάστε αν είναι κάτω ημισυνεχής και αν αναπαρίσταται από συνεχή συνάρτηση χρησιμότητας.

**Άσκηση 0.0.5.** Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση  $u(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$ . Δείξτε ότι η συνάρτηση είναι σχεδόν κοίλη αλλά δεν είναι κοίλη.

**Άσκηση 0.0.6.** Έστω η σχέση προτίμησης  $\succeq$  που ορίζεται από τη συνάρτηση χρησιμότητας  $u$ . Αν η  $\succeq$  είναι μονότονη, δείξτε ότι η  $\succeq$  αναπαρίσταται από συνάρτηση  $\bar{u}$ , ώστε  $\bar{u}(0) = 0$  και  $\bar{u}(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}_+^n$ .