Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ... .....

1. (α) Να εξεταστεί ως προς τη σύγκλιση το γενικευμένο ολοκλήρωμα $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\,dx$.

(β) Να υπολογιστεί το γενικευμένο ολοκλήρωμα $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$.

2. (α) Να βρεθεί η σειρά Maclaurin της συνάρτησης $f(x) = \ln(1+x)$. Στη συνέχεια να βρεθεί η σειρά Maclaurin της συνάρτησης $g(x) = \ln(x^2+3x+2)$ και να βρεθεί το ακριβές διάστημα σύγκλισης αυτής.
(β) Να εξεταστεί ως προς την ομοιόμορφη σύγκλιση η σειρά συναρτήσεων

$$\sum_{\nu=0}^{+\infty} x^{2\nu}(1-x^2), \quad x \in [0, 1]..$$

3. (α) Να βρεθεί το πολυώνυμο Taylor βαθμού 2 της συνάρτησης $f(x,y) = \cos(x-y)$ σε περιοχή του σημείου (0, 0).
(β) Βρείτε στο σημείο A(1,1,1) της επιφάνειας με εξίσωση $x^2+4y^2+10z^2-15=0$ ένα κάθετο διάνυσμα αυτής και την εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου αυτής.

4. (α) Να βρεθούν και ταξινομηθούν τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης

$$f(x,y,z) = y - z + xyz + \frac{1}{2}x^2.$$

(β) Έστω η συνάρτηση $f(x,y,z) = x^2+2y^2-z^2$. Αν $x = ue^{\nu}, y = ue^{-\nu}, z = \frac{u}{\nu}$, να υπολογιστεί η μερική παράγωγος $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}$.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 2,5 ώρες
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

22 Σεπτεμβρίου 2009