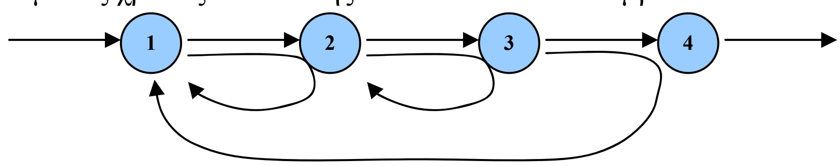
ΘΕΩΡΙΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ - ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΠΙΔΟΣΗΣ ΔΙΚΤΥΩΝ

Ασκήσεις

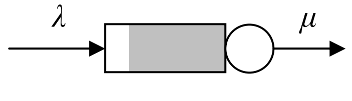
1. Αποστέλλονται πακέτα σταθερού μήκους 1250 bytes από τον κόμβο #1 στον κόμβο #4 μέσω των κόμβων #2 και #3 σε σειρά, όπως φαίνεται στο σχήμα, με τη μέθοδο store-and-forward. Οι ταχύτητες εκπομπής των συνδέσμων 1→2, 2→3, 3→4 είναι 32 Kbps, 64 Kbps και 32 Kbps, με πιθανότητα αποτυχημένης εκπομπής 10^{-2}, 10^{-1} και 10^{-2}, αντίστοιχα. Σε περίπτωση αποτυχημένης εκπομπής, οι κόμβοι #2 και #3 ζητούν επανεκπομπή πακέτου από τον αμέσως προηγούμενό τους κόμβο, ενώ ο τελικός κόμβος #4 από τον αρχικό. Αν ο μέσος χρόνος ελέγχου και (αρνητικής) επιβεβαίωσης λήψης είναι 10 ms ανά σύνδεσμο και με την υπόθεση μηδενικού χρόνου αναμονής στους κόμβους, να βρεθεί ο μέσος χρόνος αποστολής πακέτων από τον κόμβο #1 στον #4.



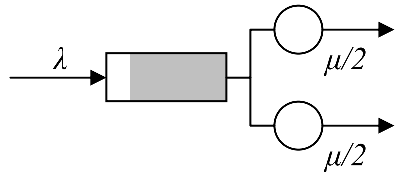
2. Αν X_1 και X_2 είναι δύο ανεξάρτητες και εκθετικά κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές με ρυθμούς λ_1 και λ_2 αντίτοιχα, να δειχθεί ότι η τυχαία μεταβλητή $\min\{X_1, X_2\}$ είναι επίσης εκθετικά κατανεμημένη με ρυθμό $\lambda_1+\lambda_2$. Να δειχθεί επίσης ότι $$\Pr\{X_1 \le X_2\} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}.$$

3. Για ένα απλό σύστημα αναμετάδοσης πακέτων, με αφίξεις Poisson, εκθετικά κατανεμημένο μήκος πακέτων μέσης τιμής 500 bytes, απεριόριστο χώρο αναμονής (*M/M/1*) και ταχύτητα γραμμής μετάδοσης 9600 bps, να βρεθούν τα μεγέθη: (α) πιθανότητα η γραμμή να είναι αδρανής (β) μέσος αριθμός πακέτων που βρίσκονται σε αναμονή (γ) πιθανότητα να βρίσκονται σε αναμονή περισσότερα από 3 πακέτα (μη συμπεριλαμβανομένου αυτού που μεταδίδεται) για τις εξής περιπτώσεις μέσων χρόνων μεταξύ διαδοχικών αφίξεων (σε sec): 2.083, 1.042, 0.694, 0.52.

4. Να συγκριθούν τα παρακάτω συστήματα εξυπηρέτησης ως προς το μήκος ουράς και το μέσο χρόνο διέλευσης. Και στα δύο συστήματα οι αφίξεις ακολουθούν την κατανομή Poisson με ρυθμό λ=3 sec^{-1}, ο δε συνολικό ρυθμός εξυπηρέτησης είναι μ=4 sec^{-1}.



(α)



(β)

5. Με χρήση γενικών σχέσεων της θεωρίας πιθανοτήτων, να δειχθεί ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) του χρόνου εξυπηρέτησης σε

σύστημα ***m*** παράλληλων, ανεξάρτητων και τυχαία επιλεγόμενων (από τους εισερχόμενους πελάτες) κλάδων ισούται με

$$f(t)=\sum_{i=1}^{m} p_i f_i(t)\,, \tag{1.1}$$

όπου $\boldsymbol{p_i}$ η πιθανότητα επιλογής του κλάδου $\boldsymbol{i}$ και $\boldsymbol{f_i(t)}$ η pdf του αντίστοιχου χρόνου εξυπηρέτησης, ***i***=1,2,…m.
Με βάση αυτή τη σχέση, να υπολογιστεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του χρόνου εξυπηρέτησης σε σύστημα αυτού του τύπου, τριών κλάδων, με εκθετικά κατανεμημένους χρόνους εξυπηρέτησης μέσης τιμής 1,2 και 3 sec, και πιθανότητες επιλογής των κλάδων 0.5, 0.3 και 0.2, αντίστοιχα.

6. Να βρεθεί η τυπική απόκλιση του χρόνου εξυπηρέτησης σε σύστημα που απαρτίζεται από τρία όμοια εκθετικά στάδια σε σειρά, η δε μέση τιμή του συνολικού χρόνου εξυπηρέτησης είναι ίση με αυτήν του συστήματος παράλληλων κλάδων της άσκησης 4. Να συγκριθούν οι τυπικές αποκλίσεις των δύο περιπτώσεων.

7. Θεωρείστε αναμονητικό σύστημα με αφίξεις Poisson, απεριόριστο χώρο αναμονής και εξυπηρετητή (α) όπως της άσκησης 4, (β) όπως της άσκησης 5. Να βρεθεί για τις δύο περιπτώσεις ο μέσος αριθμός πελατών στο σύστημα, καθώς και ο μέσος χρόνος διέλευσης δια του συστήματος, όταν ο ρυθμός αφίξεων είναι 70% του ρυθμού εξυπηρέτησης. Να σημειωθεί ότι τα στάδια (παράλληλα ή εν σειρά) του εξυπηρετητή δεν πρέπει να εκληφθούν ως διακριτοί εξυπηρετητές που μπορούν να εξυπηρετούν ταυτόχρονα περισσότερους του ενός (αντίθετα, μόνον ένας πελάτης βρίσκεται πάντα στον εξυπηρετητή, ανεξαρτήτως σταδίου).

8. Σε ένα απλό αναμονητικό σύστημα έχουμε αφίξεις Poisson με ρυθμό λ, ο δε χρόνος εξυπηρέτησης είναι ίσος με $d+\tau$, όπου τ εκθετικά κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή μέσης τιμής $\overline{\tau}=1/\mu$ και $d=a\overline{\tau}>0$ σταθερά. Να υπολογιστεί η μέση τιμή του αριθμού πελατών στο σύστημα, καθώς και ο μέσος χρόνος διέλευσης δια του συστήματος, συναρτήσει των λ, μ, α.