

## ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Μάθημα : ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΞΙΟΠΣΤΙΑΣ και ΠΟΙΟΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ  
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2005

\*\*\*\*\* Διάρκεια Εξέτασης : 2.30 ώρες \*\*\*\*\*

### ZHTHMA 1

Εστω  $Y$  τ.μ. της Λογιστικής κατανομής με σ.π.π.  $f(y) = \sigma^{-1} \frac{\exp[(y-\mu)/\sigma]}{1+\exp[(y-\mu)/\sigma]}$ ,  $\sigma > 0$  και

$-\infty < y < \infty$ . Δείξτε ότι  $T = \exp(Y)$  έχει συνάρτηση επιβίωσης  $S(t) = [1 + (t/\alpha)^{\beta}]^{-1}$ ,  $t > 0$ , όπου  $\alpha = e^{\mu}$  και  $\beta = \sigma^{-1}$ . (i) Να βρεθεί η σ.π.π. της  $T$  και (ii) η συνάρτηση διακινδύνευσης  $h(t)$ . (iii) Δείξτε ότι η  $h(t)$  είναι μονότονη φθίνουσα όταν  $\beta < 1$ . (Βαθμ. 2.5)

### ZHTHMA 2

A) Δείξτε πως μπορούμε να κάνουμε ένα γραφικό έλεγχο καταλληλότητας για ένα μοντέλο αναλογικής διακινδύνευσης.

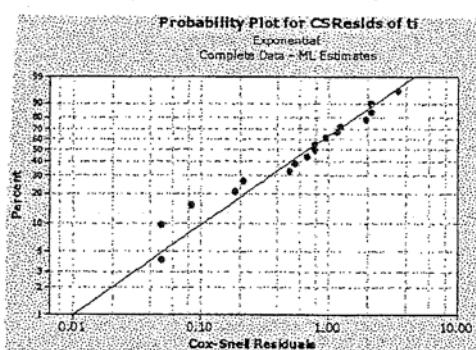
B) Γιατί το μοντέλο αναλογικής διακινδύνευσης του Cox καλείται ημιπαραμετρικό;

C) Δώστε τον ορισμό των Cox-Snell υπολογίων. Ποια είναι η χρήση τους; (Βαθμ. 2.0)

### ZHTHMA 3

A) Να εκτιμήσετε τις παραμέτρους  $\beta_i$  ενός μοντέλου εκθετικής παλινδρόμησης όταν έχουμε από δεξιά αποκομμένες παρατηρήσεις.

B) Εστω 17 χρόνοι επιβίωσης ασθενών με λευχαιμία. (I) Προσαρμόζοντας αρχικά ένα μοντέλο Weibull παλινδρόμησης όπου η συμμεταβλητή  $Z$  αφορά τη μέτρηση λευκών αμμοσφαιρίων (σε λογάριθμο) να εξεταστεί η υπόθεση  $H_0 : \alpha(Z) = \alpha$  με εναλλακτική  $H_1 : \alpha(Z) = \alpha + \beta Z$  (ii) με τον έλεγχο Wald (iii) με τη διαφορά των λογαρίθμων των μεγιστοποιημένων πιθανοφανειών. (II) Στη συνέχεια στα δεδομένα προσαρμόζεται ένα μοντέλο εκθετικής παλινδρόμησης με  $\alpha(Z) = \alpha + \beta Z$ .

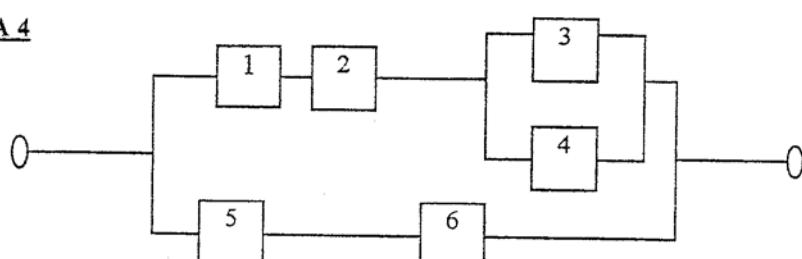


Να γίνει ο έλεγχος  $H_0 : p=1$  με εναλλακτική  $H_1 : p \neq 1$  (όπου  $p$  η παράμετρος σχήματος της κατανομής Weibull) (i) με τον έλεγχο Wald (ii) με τη διαφορά των λογαρίθμων των μεγιστοποιημένων πιθανοφανειών (iii) με τη γραφική παράσταση. (III) Δοθέντος ότι  $Z=4$  βρείτε την ε.μ.π. της διαμέσου του μοντέλου που επιλέξατε ( $\hat{\alpha} = 8.45$ ).

(Δίνονται για το μοντέλο (I)  $\hat{\beta} = -1.098$ ,  $\hat{p} = 1.022$  με τα αντίστοιχα διαγώνια στοιχεία του πίνακα  $\Gamma^1$  ως 0.1743 και 0.0424,  $\ln L_0 = -87.109$ ,  $\ln \bar{L}_1 = -83.871$  και για το μοντέλο (II) (υπό την  $H_0$ )  $\hat{\beta} = -1.093$  και το αντίστοιχο διαγώνιο στοιχείο του πίνακα  $\Gamma^1$  ως 0.1710,  $\ln L_0 = -83.877$ ) (Βαθμ. 3.5)

### ZHTHMA 4

A)



(i) Να βρεθούν οι ελάχιστες διαδρομές του παραπάνω συστήματος και με βάση αυτές να (ii) προσδιοριστεί η αξιοπιστία  $R(p)$  αυτού όταν  $p_1=p_2=p_5=0.5$ ,  $p_3=p_4=0.2$  και  $p_6=0.3$ .

B) Με βάση τα παρακάτω δεδομένα να ελεγχθεί γραφικά η αυτοσυσχέτιση της διάρκειας ζωής μεταξύ διαδοχικών βλαβών ενός ηλεκτρονικού συστήματος: 58, 37, 100, 65, 9, 169, 184, 36, 201, 34. (Βαθμ. 2.0)