

ΘΕΜΑ 1

- α) Αν D είναι ένα (u, k, λ) σύνολο διαφορών και το ακέραιος τέτοιος ώστε $(t, u)=1$, να δείξετε ότι το σύνολο tD είναι ένα (u, k, λ) σύνολο διαφορών.
β) Να δείξετε ότι δεν υπάρχει $(31, 10, 3)$ σύνολο διαφορών στο Z_{31} .
γ) Να δείξετε ότι σε έναν (u, b, r, k, λ) BIB σχεδιασμό, ισχύουν οι σχέσεις: (i) $bk=ur$, (ii) $\lambda(u-1)=r(k-1)$, (iii) $b \geq u$ ($r \geq k$).

ΘΕΜΑ 2

- α) Αν υπάρχει ένας συμμετρικός, BIB σχεδιασμός με παράμετρος (u, k, λ) και ο u είναι άρτιος, να δείξετε ότι ο αριθμός $k-\lambda$ είναι τέλειο τετράγωνο.
β) Να δείξετε ότι αν υπάρχει ένας σχεδιασμός Hadamard $(4n-1, 2n-1, n-1)$, τότε υπάρχει ένας δυαδικός $(4n-1, 8n, 2n-1)$ κώδικας.
γ) Με τη βοήθεια ενός $(11, 5, 2)$ συνόλου διαφορών να κατασκευάσετε έναν συμμετρικό BIB σχεδιασμό με τις ίδιες παραμέτρους. Να βρείτε τον δυϊκό του σχεδιασμού αυτού, καθώς επίσης και τον υπολειπόμενο και τον παραγόμενο ως προς το πρώτο μπλοκ.

ΘΕΜΑ 3

- α) Γιατί το Z_{12} είναι δακτύλιος αλλά όχι σώμα; Βρείτε, αν υπάρχουν, τους πολαπλ. αντιστρόφους του 6 και του 7. Πόσα και ποια στοιχεία του $Z_{12}-\{0\}$ έχουν πολ. αντίστροφο. Έχει το Z_{12} διαιρέτες του μηδενός;
β) Επιλέξτε το β ή το γ .
Κατασκευάστε το STS(13) με την βοήθεια των συνόλων $B_1=\{0, 1, 4\}$ και $B_2=\{0, 2, 7\}$.
Από το STS(13) κατασκευάστε το STS(27) περιγράφοντας την κατασκευή.
γ) Επιλέξτε το γ ή το β .
Κατασκευάστε το STS(21) προφανώς με την βοήθεια του STS(3)= $\{0, 1, 2\}$ και του STS(7).

ΘΕΜΑ 4

- α) Πόσα και ποια σημεία του αφωνικού επιπέδου επί του $GF(3)$ ανήκουν στις εξής κωνικές i) $y=x^2$ ii) $xy=1$ iii) $x^2+y^2=1$ iv) $x^2+2y^2=1$
β) Επιλέξτε το β ή το γ .
Για q περιττή δύναμη πρώτου ορίζουμε το «μέσο» των σημείων (x_1, y_1) και (x_2, y_2) σαν το σημείο με συντεταγμένες $\frac{1}{2}(x_1+x_2), \frac{1}{2}(y_1+y_2)$ όπου προφανώς ο $\frac{1}{2}$ είναι ο πολ. αντίστροφος του 2 στο $GF(q)$. Εστω $q=5$ και $A(1,2), B(3,1)$ και $C(4,2)$.
i) Βρείτε τα «μέσα» των πλευρών AB , BC και AC του ABC .
ii) Βρείτε τις εξισώσεις των τριών «διαμέσων» του τριγώνου ABC .
iii) Βρείτε τις συντεταγμένες του «βαρύκεντρου». Η του ABC
γ) Επιλέξτε το γ ή το β .

Ένα τρίγωνο σ' ένα προβολικό επίπεδο είναι ένα τρισύνολο σημείων που δεν ανήκουν στην ίδια ευθεία. Δείξτε ότι το πλήθος των τριγώνων στο προβολικό επίπεδο επί του $GF(q)$ είναι $\frac{1}{6}q^3(q+1)(q^2+q+1)$.