

"Βεγκος Εγγρος", ΣΕΜΦΕ (8^ο), 5 Σεπτ. 06

Επίλογος: 5 δεκαρά.

1. Επιλύστε το πρόβλημα δρίσους Εγγρου για το σύστημα
 $\dot{x} = xu$, $u(\cdot) \in [0,1]$, $x_0 > 0$ με κύρος

$$J(u) = 2x^2(3) + \int_0^3 (u(t)-1)x(t)dt$$

2. Δείξτε ότι, αν το 2-διάστατο σύστημα $\dot{x} = Ax + ub$,
 $u(\cdot) \in [-1,1]$ είναι εγγέζικο και Α έχει πραγματικές λύσηματα,
τότε κάθε ακροτατος Εγγρος $u: [0, T] \rightarrow [-1, 1]$ ($1^{\text{ον}}$) ικανοποιεί: $|u(t)| = 1$ συστάντα για κάθε $t \in [0, T]$ (αρχική και λεγόμενη) ($2^{\text{ον}}$) παρουσιάζει το πρώτη μία αυνάρεξη.

3. Επιλύση του προβληματος δρίσους χρόνου για την περίπλωση

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u(\cdot) \in [-1, 1].$$

Για ποιες αρχικές συνθήκες $x_0 \in \mathbb{R}^2$ το πρόβλημα έχει λύση;

4. (a) Χρησιμοποιώντας την αρχή των λεγόμενων επιλύσεων το πρόβλημα: $\dot{x} = x + u$, $J(u) = x^2(2) + \int_0^2 u^2(t)dt \rightarrow \min$, $u(\cdot)$ υπό περιορισμό, αρχικη συνθήκη x_0 . Γεδειοα. (b) Επιλύση των ιδίων προβλημάτων με τη μέθοδο Riccati.

5. Δείξτε ότι, αν $\det(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) \neq 0$, το σύστημα $\dot{x} = Ax + ub$ είναι εγγέζικο και περιγράψτε την τοπολογία δύνατων προστάσης συνάρτησης $M(t, x_0)$ του συστήματος αν $u(\cdot) \in [-1, 1]$. Είσικα, σημειώνεται ότι το $M(t, x_0)$ είναι αυστηρώς κυρτός!

6. Επιλύση του προβληματος $\int_0^1 (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + t x_1) dt \rightarrow \min$
με περιορισμό $x_1(0) = x_2(0) = 1$.