



Επαναληπτική εξέταση του μαθήματος «Θεωρία Ομάδων στη Φυσική»
ΣΕΜΦΕ

Αθήνα 5 Σεπτεμβρίου 2006
Διδάσκων : Ε. Λιαροκάπης

Διάρκεια : 2½ ώρες

Τα θέματα θεωρούνται βαθμολογικά ισοδύναμα.
Δεν επιτρέπονται σημειώσεις, βιβλία και κινητά τηλέφωνα.

Θέμα 1^ο : Θεωρήστε ένα σύνολο που αποτελείται από τους $(p-1)$ φυσικούς αριθμούς $1, 2, 3, \dots, (p-1)$. Ας υποθέσουμε ότι ορίζουμε μια συνδυαστική πράξη οποιονδήποτε δύο στοιχείων του συνόλου μέσω του γινομένου τους αλλά με modulo p (όπου το p είναι ένας πρώτος αριθμός).

- (α) Αποδείξτε ότι το σύνολο αποτελεί μία ομάδα.
(β) Βρείτε τον συνδυαστικό πίνακα για $p=7$.
(γ) Αποδείξτε ότι $A^{p-1}=e$ για κάθε στοιχείο A της ομάδας.

Θέμα 2^ο : Βρείτε πόσα μπορεί να είναι τα διαφορετικά στοιχεία με τα οποία εκφράζονται όλα τα στοιχεία ενός πλήρως συμμετρικού ταυσιτή τέταρτης τάξης (π.χ. ο ταυσιτής των ελαστικών σταθερών ενός κρυστάλλου), στην περίπτωση που ο κρύσταλλος έχει τριγωνική συμμετρία ομάδας D_3 .

Θέμα 3^ο : Για την ομάδα C_{3v} και ορίζοντας ως z τον άξονα $3^{η}$ ς τάξης συμμετρίας, δημιουργήστε αναπαραστάσεις και προσδιορίστε τις υπόλοιπες συναρτήσεις που συνοδεύουν, σε κάθε περίπτωση ξεχωριστά, την συνάρτηση:

- (α) xz
(β) xy
(γ) x^2

Αν η αναπαράσταση είναι αναγώγιμη, κάνετε την αναγωγή στις μη-αναγώγιμες αναπαραστάσεις για κάθε περίπτωση.

Θέμα 4^ο : Στο μόριο NH_3 τα τρία άτομα του υδρογόνου βρίσκονται στις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου, ενώ το άζωτο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το κέντρο του τριγώνου. Βρείτε:

- (α) Ποια ομάδα περιγράφει την συμμετρία του μορίου και γιατί.
(β) Τις συμμετρίες όλων των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του μορίου.
(γ) Τις συμμετρίες που αντιστοιχούν στις εσωτερικές ταλαντώσεις του μορίου.

Δίνονται οι πίνακες χαρακτήρων των ομάδων D_3 και C_{3v} .

D_3, C_{3v}	e	$2c_3$	$3c_2$
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
E	2	-1	0