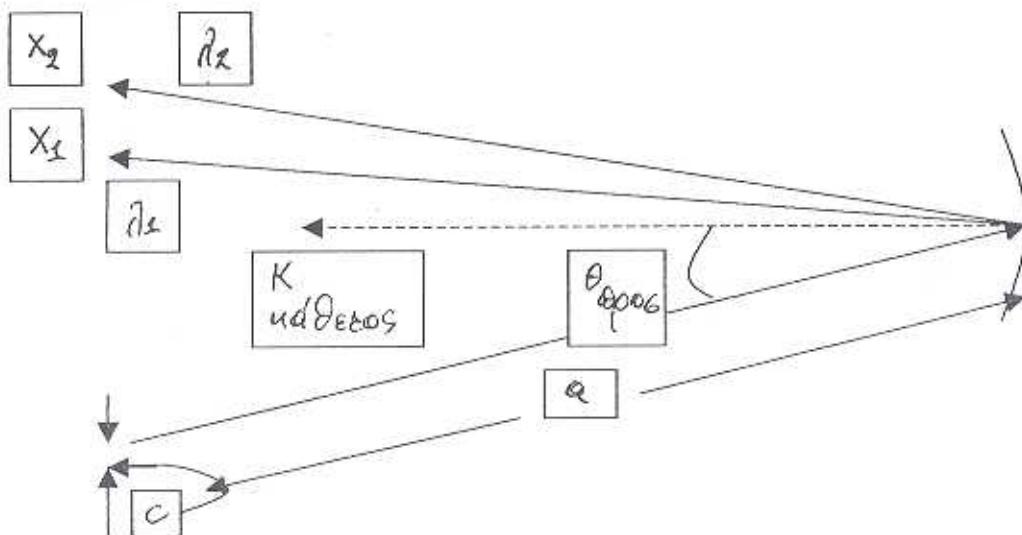


Διάρκεια 3 ώρες. Χωρίς βοηθήματα.

Απαντησατε στις ερωτησεις 1-3 και σε μια εκ των 4, 5.

1. (20 μοναδες)

Σε ένα κούλο οπτικό φράγμα ανάκλασης με ακτίνα καμπυλότητας $R = 1000 \text{ mm}$ προσπίπτει μέσα από μία σχισμή απέχουσα απόσταση $a = 500 \text{ mm}$ από το φράγμα. Το γωνιακό άνοιγμα της δέσμης ταιριάζει με τις διαστάσεις του φράγματος που είναι $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$.



Κατά την περίθλαση πρώτης τάξης προς την άλλη πλευρά της καθέτου, K , όπως εκείνη της γωνίας πρόσπτωσης παρατηρούνται σε ένα πέτασμα οι γραμμές λ_1 και λ_2 της κίτρινης διπλέττας του Νατρίου ($\lambda_1 = 579.0 \text{ nm}$ και $\lambda_2 = 579.7 \text{ nm}$).

Βρείτε:

- την απόσταση b από το φράγμα όπου εστιάζονται οι δύο γραμμές.
- την απόσταση $\Delta x = x_2 - x_1$ στην οποία αναμένετε να έχουν οι δύο γραμμές τις διπλέττας, αν $\theta_{\text{θροπ.}} = 10^\circ$ (δώστε απλά μία τελική έκφραση χωρίς το αριθμητικό αποτέλεσμα να είναι απαραίτητο).
- Δώσατε μία εκτίμηση στο σφάλμα της μέτρησης του $\lambda_2 - \lambda_1$ για τη διπλέττα αυτή

λόγω του πεπερασμένου του εύρους της σχισμής εισόδου, c, της δέσμης στο φασματόμετρο είναι ίσο με $c = 0.2 \text{ mm}$. Επίσης, για $c = 0.05 \text{ mm}$ πόσο θα μίκραινε το σφάλμα αυτό;

- Δ) Τι θα κάνατε για να βελτιώσετε την ακρίβεια προσδιορισμού του $\lambda_2 - \lambda_1$ αν περίπου μηδενίζόταν η συνιστώσα σφάλματος λόγω του πεπερασμένου c; Δικαιολογησατε την απάντησή σας με την όποια σχέση (σχέσεις) χρειάζεται (χρειάζονται).

Χρήσιμες σχέσεις : $(\sin \theta_{\text{προσ.}} \pm \sin \theta_{\text{αριθ.}}) = m N \lambda$, $\cos x \approx 1 - x^2/2$ για μικρά $|x|$.

$$1/a + 1/b = 1/f$$

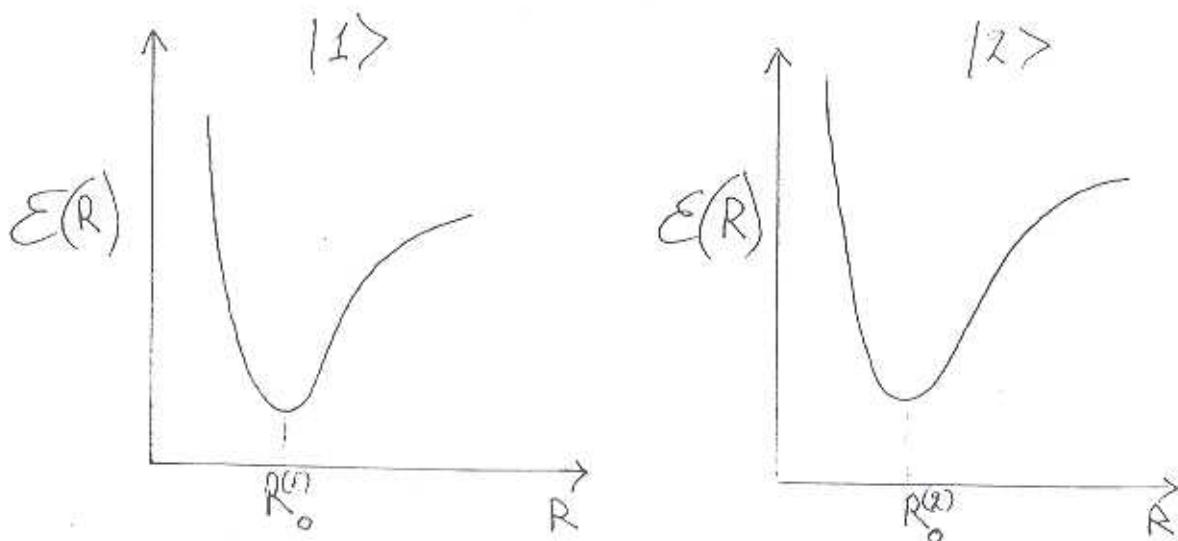
2. (20 μοναδες)

Συμβολίζομε τις δύο δυνατές καταστάσεις του ηλεκτρονιακού spin με α και β .

- i) Αν η χωρική συνάρτηση ενός ηλεκτρονίου είναι η $\psi(\vec{r})$ πως θα γράφατε την πλήρη κυματοσυνάρτηση στις περιπτώσεις όπου :
 - 1) το ηλεκτρόνιο είναι σε ιδιοκατάσταση του spin,
 - 2) δεν είναι σε ιδιοκατάσταση του spin.
- ii) Πως κανονικοποιείται η κυματοσυνάρτηση σε κάθε μία από τις πιο πάνω περιπτώσεις και τι εκφράζει ο τρόπος κανονικοποίησης;
- iii) Δύο ηλεκτρόνια (1,2) ενός ατόμου περιγράφονται από τα τροχιακά $1s(1)$ και $1s(2)$. Τι σχέση έχουν οι κυματοσυναρτήσεις $\psi(1,2) = 1s\alpha(1)1s\beta(2)$ και $\psi(2,1) = 1s\alpha(2)1s\beta(1)$ και που οφείλεται αυτό; Θα μπορούσε η κυματοσυνάρτηση $\Psi = \psi(1,2) + \psi(2,1)$ να περιγράψει το σύστημα των ηλεκτρονίων 1 και 2; Αιτιολογησατε την απάντησή σας.

3. (25 μοναδες)

Οι καμπυλες δυναμικης ενεργειας, $\mathcal{E}(R)$, για δυο ηλεκτρονιακες καταστασεις, $|1\rangle$ και $|2\rangle$, ενος διατομικου μοριου εχουν περιπου ως εξης:



- A) (10 μοναδες) Εξηγησατε, κανοντας χρηση σχεσεων και εξισωσεων της κβαντικης μηχανικης και αναφερομενοι στη προσεγγιση Born-Oppenheimer, το πως προκυπτουν αυτου του τυπου οι καμπυλες.
- B) (15 μοναδες) Εστω οτι γινεται ηλεκτροδιπολικη μεταβαση, (συζευξη ηλεκτρονιακης διπολικης ροπης με το εξωτερικο ηλεκτρικο πεδιο), απο την βασικη ταλαντωτικη κατασταση της $|1\rangle$, (δηλαδη την $v=0$), στην $|2\rangle$. Η ενεργεια του φωτονιου ειναι τετοια ωστε συνδεει την $|1, v=0\rangle$ με υψηλα διηγερμενες ταλαντωτικες καταστασεις της $|2\rangle$, (δηλαδη εχουν μεγαλους κβαντικους αριθμους).
- 1) Ποια ειναι η μορφη του τυπου που διδει την πιθανοτητα αυτης της μεταβασης;
 - 2) Για να εχουμε βελτιστη πιθανοτητα μεταβασης, ποια περιπου πρεπει να ειναι η σχετικη θεση των παραπανω δυο καμπυλων και γιατι; (Η απαντηση πρεπει να εξηγειται και να συνοδευεται απο το αντιστοιχο σχημα).

4. (35 μοναδες)

Ενα ηλεκτρονιο ευρισκεται μεσα σε μαγνητικο πεδιο εντασεως B κατα τον αξονα x . Ο γυρομαγνητικος λογος ειναι $\gamma > 0$. Αν κατα την χρονικη στιγμη $t > 0$ η κατασταση του ηλεκτρονιου περιγραφεται απο το διανυσμα $u(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ κατα τον αξονα z , (δηλαδη spin α), δειξατε ποια θα ειναι η κατασταση του υστερα απο χρονο t και ποια θα ειναι τοτε η πιθανοτητα να το βρουμε με spin α η β κατα τον ίδιο αξονα;

5. (40 μοναδες)

Εστω οτι προστιθεται ενα ηλεκτρονιο στη κατασταση $|1s\rangle$ του H , δηλαδη εχουμε το αρνητικο ιον H^- .

- A) (2 μοναδες) Ποια ειναι η ενεργειακα χαμηλοτερη ηλεκτρονιακη διαταξη που περιγραφει σε μηδενικη προσεγγιση την προκυπτουσα κατασταση του H^- ; Ποια ειναι η μορφη της αντιστοιχης κυματοσυναρτησης;

B) (5 μοναδες) Εστω οτι θελομε να υπολογισουμε την ενεργεια αυτης της καταστασης προσεγγιστικα, με την εφαρμογη της μεθοδου των μεταβολων.
Γραψατε αναλυτικα την εξισωση ιδιοτυπων που, κατ' αρχην, πρεπει να λυθει.
Ακολουθως γραψατε την συνθηκη της θεωριας μεταβολων, εχοντας ως δοκιμαστικη συναρτηση την μορφη απο το (A).

Γ) (33 μοναδες) Τωρα κανετε χρηση της υδρογονικης συναρτησης $\varphi_{ls}(\vec{r})$, η αναλυτικη μορφη της οποιας ειναι, σε ατομικες μοναδες,

$$\varphi_{ls}(\vec{r}) = R_{l0}(r)Y_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} Z^{3/2} e^{-Zr}$$

Για να εφαρμοσετε την μεθοδο μεταβολων, θεωρησατε οτι το πυρηνικο φορτιο, Z , ειναι παραμετρος μεταβολων, εστω ζ .

Με βαση τα παραπανω, βρειτε την βελτιστη ενεργεια της χαμηλοτερης καταστασης του Η. Δειχνει η απαντηση (στα πλαισια αυτου του μοντελου) οτι η κατασταση ειναι δεσμα ;

Διδονται:

I. $\langle \varphi_{ls}(\vec{r}_1) \varphi_{ls}(\vec{r}_1) \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \varphi_{ls}(\vec{r}_2) \varphi_{ls}(\vec{r}_2) \rangle = \frac{5}{8} Z$ (σε ατομικες μοναδες)

II. $\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx = (n-1)!$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ