



**Εξέταση στη Θερμοδυναμική
ΣΕΜΦΕ-ΗΛΕΚ. ΜΗΧΑΝΙΚΟΙ**

Αθήνα 22 Σεπτεμβρίου 2005

Διδάσκων : Ε. Λιαροκάπης

Διάρκεια : 2½ ώρες

Τα θέματα θεωρούνται βαθμολογικά ισοδύναμα.

Δεν επιτρέπονται σημειώσεις, βιβλία και κινητά τηλέφωνα.

Θέμα 1º : Ένα mole πραγματικού αερίου ακολουθεί τον νόμο $\left(p + \frac{a}{T v^2} \right) (v - b) = RT$, όπου

a, b σταθερές. Παραδεχθείτε ότι όταν ο ειδικός όγκος για $v \rightarrow \infty$, τότε το c_v τείνει σε κάποια σταθερά ανεξάρτητη της θερμοκρασίας. Υπολογίστε: A) Την εσωτερική ενέργεια $U(v, T)$. B) Την πτώση της θερμοκρασίας κατά την ελεύθερη αδιαβατική εκτόνωση Joule, που δεν παράγει έργο και διπλασιάζει τον όγκο του αερίου. Παραδεχθείτε ότι η πτώση της θερμοκρασίας κατά την εκτόνωση είναι μικρή ($\Delta T \ll T$).

Θέμα 2º : Αποδείξτε τις εξής δύο σχέσεις:

$$A) TdS = C_V \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_V dp + C_p \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p dV.$$

$$B) \frac{(\partial V / \partial T)_S}{(\partial V / \partial T)_p} = \frac{1}{1-\gamma}.$$

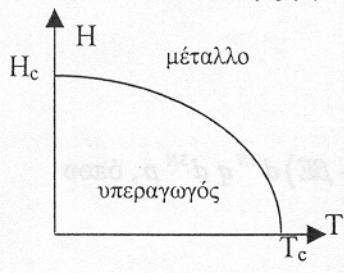
Θέμα 3º : Ένα κλιματιστικό λειτουργεί με έναν αντιστρεπτό κύκλο Carnot, ανάμεσα σε θερμοκρασίες εσωτερικού χώρου T_2 και εξωτερικού T_1 , όπου $T_1 > T_2$, καταναλώνοντας ισχύ P . Η απώλεια θερμότητας του χώρου είναι ανάλογη της διαφοράς θερμοκρασιών $A(T_1 - T_2)$.

A) Εκφράστε την θερμοκρασία T_2 συναρτήσει των T_1 , P και A .

B) Έστω ότι το κλιματιστικό μπορεί να εξασφαλίσει εσωτερική θερμοκρασία $20^\circ C$ με εξωτερική θερμοκρασία $30^\circ C$, όταν λειτουργεί 25% του χρόνου. Ποια είναι η μέγιστη εξωτερική θερμοκρασία, ώστε το κλιματιστικό αν λειτουργεί συνεχώς να εξασφαλίζει $20^\circ C$ εσωτερική θερμοκρασία;

Γ) Ποια θα είναι η ελάχιστη εξωτερική θερμοκρασία αν χρησιμοποιήσουμε το κλιματιστικό για θέρμανση των χειμώνα και θέλουμε να εξασφαλίσουμε $20^\circ C$ στον εσωτερικό χώρο;

Θέμα 4º : Το σχήμα παρουσιάζει το διάγραμμα φάσης θερμοκρασίας T και μαγνητικού πεδίου H σε ένα υπεραγωγό, που με την αύξησή τους μετασχηματίζεται σε κανονικό μέταλλο. Στα υλικό αυτό το διαφορικό της συνάρτησης ελεύθερης ενέργειας του Gibbs $G(T, H, p)$ έχει την γενικευμένη μορφή $dG = - SdT + Vdp - \mu_M dH$, όπου M η μαγνήτιση του υλικού. Η συνύπαρξη φάσεων στην καμπύλη εκφράζεται μέσω της συνέχειας της G .



A) Από την σύγκριση γειτονικών σημείων της καμπύλης (με την ίδια πίεση) βρήτε τη σχέση ανάμεσα στην κλίση της καμπύλης dH/dT και την λανθάνουσα θερμότητα (εξίσωση των Clapeyron-Clausius). Παραδεχθήτε ότι η μαγνήτιση του υλικού στην κανονική κατάσταση είναι $M_N \equiv 0$, ενώ στην υπεραγώγιμη $M_S = -H$ (πλήρης διαμαγνητισμός). B) Ποια είναι η διαφορά στην ειδική θερμότητα ανάμεσα στην κανονική και την υπεραγώγιμη φάση υπό δεδομένη πίεση για $H=0$ και $T=T_c$ (=θερμοκρασία μετάβασης) και ποια για $T=0$ και $H=H_c$ (=κρίσιμο μαγνητικό πεδίο); Γ) Τι τάξης είναι οι αλλαγές φάσης;

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K, $N_{av} = 6,023 \times 10^{23}$ /mole, $R = N_{av}k_B = 8,314$ J/mole.K,
 $1\text{ cal} = 4,1868$ J, $1\text{ atm} = 1,013 \times 10^5$ Pa

1^{ον} θερμοδυναμικό αξίωμα: $\delta Q = dU + p dV$

Ειδική θερμότητα: $C = \delta Q/dT$, $C_p - C_V = -T \frac{(\partial V/\partial T)_p^2}{(\partial V/\partial p)_T} = -T \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$ [= R για ιδανικό αέριο]

Συμπιεστότητα (ισόθερμη): $k_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$

Συντελεστής θερμικής διαστολής: $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$

Καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων: $pV = nRT$

Για αδιαβατική μεταβολή: $pV^\gamma = const$, όπου $\gamma = C_p/C_V$

Ελεύθερη ενέργεια: $F = U - TS$

Ενέργεια Gibbs: $G = U + pV - TS$

Ενθαλπία: $H = U + pV$

Van der Waals εξίσωση: $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = nRT$

Εξίσωση Clausius-Clapeyron: $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(V_1 - V_2)T}$

Σχέσεις Maxwell: $\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S = - \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_V$, $\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_p$, $\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$, $\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$

Άλλες σχέσεις: $\left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_f = \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_f \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_f$, $\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_f \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_f \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_f = 1$, $\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = 1 / \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_z$,

$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$

Εντροπία: $S = k_B \ln \Omega(E)$

Στατιστικός παράγοντας Boltzmann: $\rho = C \exp \left(-\frac{E}{k_B T} \right)$

Συνάρτηση επιμερισμού: $Z = \sum_i \exp(-\beta E_i)$, $Z = \frac{1}{h^{3N}} \iiint \dots \int \exp(-\beta E) d^{3N}q d^{3N}p$, όπου

$\beta = 1/k_B T$