

$$-\frac{1}{5}(\cos ka + \alpha \cos ka) = 0$$

## Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα «Φυσική Συμπυκνωμένης Υλης» της ΣΕΜΦΕ

Διδάσκων: Σ.Κ.Παπαδόπουλος

14/9/2004

Διάρκεια: 2½ ώρες

Επιτρέπεται μόνο η χρήση του βιβλίου του μαθήματος (Σ.Κ.Παπαδόπουλου)

ΟΛΑ ΤΑ ΚΙΝΗΤΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ ΚΛΕΙΣΤΑ

### Θέμα 1°

α. Έστω  $E_\mu$  η ενέργεια ηλεκτρονίου στο αέριο Fermi για την οποία ο αριθμός των κατειλημμένων καταστάσεων κάτω από αυτή είναι ίσος με τον αριθμό των κατειλημμένων καταστάσεων πάνω από αυτήν.  $T=0$

Εκφράστε τη συνάρτηση πυκνότητας καταστάσεων  $g(E_\mu)$  συναρτήσει της  $g(E_F)$ .

β. Υπολογίστε το εύρος του διαστήματος ενέργειας  $\Delta E \equiv E_2 - E_1$  που αντιστοιχεί στη μεταβολή της συνάρτησης κατανομής Fermi-Dirac  $f_0(E)$  από την τιμή  $f_0(E_1)=0.9$  στη τιμή  $f_0(E_2)=0.1$  σε θερμοκρασία  $T(K)$ . Εκφράστε το αποτέλεσμα σε μονάδες  $kT$ .

### Θέμα 2°

Ο σίδηρος κρυσταλλούνται στη δομή του χωροκεντρωμένου κυβικού πλέγματος (bcc) κάτω από τους  $910^\circ C$  ενώ πάνω από την θερμοκρασία αυτή, στο εδροκεντρωμένο κυβικό πλέγμα (fcc). Με την υπόθεση ότι και στις δύο φάσεις τα άτομα θεωρούνται ότι είναι σφαίρες σε πυκνή διάταξη με αμετάβλητες τις διαμέτρους, υπολογίστε τον λόγο των πυκνοτήτων του σιδήρου σ' αυτές τις δύο δομές ( $\rho_{bcc}/\rho_{fcc}$ ).

### Θέμα 3°

Θεωρήστε την συμβατική κυψελίδα αιφής α για ένα μέταλλο με δομή του εδροκεντρωμένου κυβικού πλέγματος (fcc), όπως π.χ. για τον χαλκό.

Α) Υπολογίστε τον κυματαριθμό Fermi  $k_F$  για το αέριο Fermi του μετάλλου αυτού.

Β) Έστω  $k_m$  το κυματάνυσμα με το ελάχιστο μέτρο, για ένα ηλεκτρόνιο στα όρια της πρώτης ζώνης Brillouin (Το  $k_m$  εκφράζει την ελάχιστη απόσταση από την αρχή Ο του αντίστροφου χώρου ως το όριο της ζώνης Brillouin). Υπολογίστε το  $k_m$  συναρτήσει του  $a$ , καθώς και τον λόγο  $k_m/k_F$ .

### Θέμα 4°

Ηλεκτρόνιο κινείται σε μονοδιάστατο κρύσταλλο σταθεράς πλέγματος α. Η ενέργεια του ηλεκτρονίου δίνεται από την σχέση:

$$E(k) = E_0 + \frac{\hbar^2}{ma^2} \left( \frac{1}{5} \cos 2ka - \cos ka + \frac{4}{5} \right)$$

όπου  $E_0 > 0$

α) Βεβαιωθείτε ότι ισχύει η ιδιότητα  $E(-k) = E(k)$

β) Βρείτε το εύρος της ζώνης αυτής

γ) Σχεδιάστε την  $E(k)$  συναρτήσει του  $k$

δ) Υπολογίστε την ενεργό μάζα  $m^*(k)$  και σχεδιάστε κάτω από το προηγούμενο σχεδιάγραμμα την γραφική παράσταση της  $m^*(k)$  συναρτήσει του  $k$ .

(Χρησιμοποιείστε την ίδια η κλίμακα για τον οριζόντιο άξονα στα σχεδιαγράμματα)

ε) Δείξτε ότι στην περιοχή γύρω από την αρχή  $k=0$  (δηλαδή για  $ka \ll \pi$ ), η συνάρτηση  $E(k)$  είναι δευτέρου βαθμού ως προς  $k$  (παραβολή).

$$m^* \propto t^2 \cdot \left( \frac{d^2 E(k)}{dk^2} \right)^{-1} = m \lambda^2 \cdot \left( -\frac{1}{5} \cos 2ka + \alpha \cos ka \right)^{-1} = \frac{m}{-\frac{4}{5} \cos 2ka + \cos ka}$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

$$\frac{1}{5} \cos 2ka + \alpha \cos ka = 0 \Rightarrow \frac{8}{5} \sin ka \cos ka = \sin ka$$

Οι ~~cos~~