

**ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2002**

Διάρκεια εξέτασης: 2.30 ώρες

ZHTHMA 1:

Ο αριθμός X καταγιγίων κατά τη θερινή περίοδο ακολουθεί την κατανομή Poisson με συνάρτηση μάζας πθανότητας $p(x; \lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$, $\lambda > 0$, $x=0, 1, 2, \dots$. Με βάση τυχαίο δείγμα X_1, \dots, X_n ,

- (α) να βρεθεί επαρκής στατιστική συνάρτηση για την παράμετρο λ ,
- (β) να βρεθεί η εκπιμήτρια μέγιστης πθανοφάνειας του λ και
- (γ) να εκπιμηθεί η παράμετρος λ με τη μέθοδο των ροπών.

ZHTHMA 2:

(α) (i) Με ποιο τρόπο μπορεί να παραχθεί μία χ^2 τυχαία μεταβλητή από τυχαίο δείγμα X_1, \dots, X_n , όπου $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, με μ_i , σ_i γνωστά;

(ii) Με ποιο τρόπο μπορεί να παραχθεί μία χ^2_{n-1} τυχαία μεταβλητή από X_1, \dots, X_n , όπου $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, με μ άγνωστο, σ^2 γνωστό;

(β) Από τις μέγιστες ταχύτητες τυχαίου δείγματος 10 αυτοκινήτων του ιδίου τύπου οι εππά υπερβαίνουν τα 185 χμ ανά ώρα. Να βρεθεί 95% διάστημα εμπιστοσύνης της πθανότητας ρ για τη μέγιστη ταχύτητα ενός τυχαία επιλεγμένου αυτοκινήτου του ιδίου τύπου να υπερβεί τα 185 χμ ανά ώρα.

ZHTHMA 3:

Ενδιαφέρομαστε για την ταχύτητα καύστης ενός στερεού καυσίμου συστημάτων διαφυγής αεροπληρωμάτων. Εκ πτείρας γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα καύστης ως τυχαία μεταβλητή, έχει την Κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση $\sigma=2.5$ και άγνωστο μέσο μ . Μας ενδιαφέρει να ελέγξουμε τη μηδενική υπόθεση $H_0: \mu=50$ έναντι της αμφίτιλευρης εναλλακτικής $H_1: \mu>50$. Η ταχύτητα καύστης μετριέται για τυχαίο δείγμα ν καυσίμων και έστω X_v ο αριθμός από τις ν ταχύτητες που υπερβαίνει το 50.

(α) Προσδιορίστε την κατανομή της τυχαίας μεταβλητής X_v υπό τη μηδενική υπόθεση $H_0: \mu=50$. (Πρέπει να προσδιορίσετε και την τιμή της παραμέτρου της κατανομής της X_v .)

(β) Θεωρούμε τώρα το X_v σαν στατιστικό έλεγχο της $H_0: \mu=50$ και ως πρόσδιο αποδοχής της υπόθεσης αυτής λαμβάνουμε το $0.4 < \frac{X_v}{v} < 0.6$. Βρεθεί το επίπεδο σημαντικότητας αυτού του

ελέγχου αν (i) $v=20$ και (ii) $v=40$. (Ορίστε πρώτα το επίπεδο σημαντικότητας για την ανωτέρω περίπτωση.)

(γ) Όταν η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται ενδέχεται να διαπράξουμε:

- (i) σφάλμα τύπου I (ii) σφάλμα τύπου II (iii) κανένα σφάλμα.