



ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
ΣΤΗ ΜΙΓΑΔΙΝΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

9/7/2004

ΘΕΜΑΤΑΘΕΜΑ 1^ο

Να εξετάσετε αν υπάρχει σζόμορφη συάρτηση

$$f(z) = u(r, \theta) + i v(r, \theta) \text{ στο εβαλερικό του υπίκου: } |z+2|=2$$

(ΜΟΝ. 2)

με $u(r, \theta) = r^2 \cos 2\theta + 2r \cos \theta$ και γε καταστική περίπτωση
δρείτε μια σέτοια ενάρξη f και υπολογίστε την αριθμητική $f'(-1+i)$. [Δίνεται ο τελ. Laplace γε πολιωές εναρτεγμένες $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$]

ΘΕΜΑ 2^ο (a) Βρείτε τους πέντε πρώτους όρους της αναπτυξής της(ΜΟΝ. 8) ενάρξης $f(z) = \frac{\cos z}{e^z}$ σε δειρά Taylor με μέντρο το μηδέν [ανάπτυξη MacLaurin της f].

(B) Αναπτύξτε τη συάρτηση $f(z) = \frac{z+i}{(z-i)(z-1)}$ σε σειρά Laurent
σε όλους τους αρικτούς δαυνηλίους ολομορφίας της f
που έχουν μέντρο το i . Ανά πατάλη της ανάπτυξης
προσδιορίστε το Res $f(z)$.

(ΜΟΝ. 8)

ΘΕΜΑ 3^ο Δίνεται η ενάρξη $f(z) = \frac{1}{z-1} e^{\frac{1}{z-2}}$.

(a) Προσδιορίστε το είδος των μεμονωμένων ανάμεσων
ενημείων της f .

(ΜΟΝ. 9)

(B) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \oint_C f(z) dz$, όπου
 C είναι ο μήνιος με εξίσωση

$$(i) |z-1| = \frac{1}{2}, (ii) |z|=3 \text{ και (iii) } |z-i|=1.$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Υπολογίστε με τη σειρά της αναπτυξής της σζόμορφης της ενάρξης

(ΜΟΝ. 8)

$$A = \int_0^{+\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2+1)(x^2+4)} dx.$$

ΘΕΜΑ 5^ο

Βρείτε τη φερακηματική Möbius που απεικονίζει το ημιεπίπεδο $Im(z) \geq 0$ στο μοναδιαίο σίγου $|w| \leq 1$

(ΜΟΝ. 8)

Έτσι ώστε τα ενημεία i και ∞ του z -επιπέδου να
ανενοιγούνται στα ενημεία $\frac{1+i}{2}$ και 2 του w -επιπέδου
αντίστοιχα.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ώρες

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

e 2/18