



ΜΑΘΗΜΑ: Μηχανική των Κατασκευών

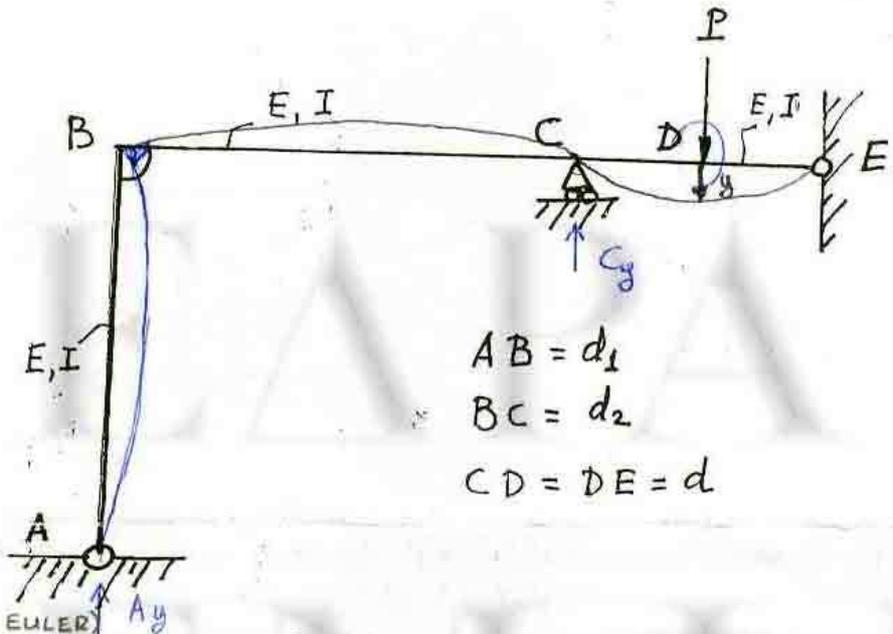
Διδάσκοντες: Α. Βακάκης, Δ. Παναγιωτουνάκος

ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

4 Ιουλίου 2003

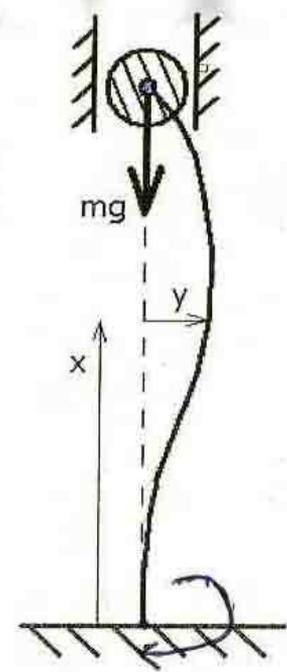
Θέμα 1 (ΕΛ. ΓΡΑΜΜΗ ΕΥΘ. ΔΟΚΟΥ ΥΠΟ ΣΥΝΕΠΙΠΕΔΗ ΦΟΡΤΙΣΗ).

Στο στατικό πρόβλημα του σχήματος ο κόμβος Β θεωρείται σταθερός (μη παραμορφώσιμος). Υπολογίστε τις αντιδράσεις και το βέλος κάμψης στο σημείο D που εφαρμόζεται η δύναμη.



Θέμα 2 (ΛΥΓΙΣΜΟΣ ΕΥΛΕΡ)

Μελετήστε τον καμπτικό λυγισμό δοκού πακτωμένης στο ένα άκρο και με άρθρωση στο άλλο, υπό την επήρεια συγκεντρωμένου βάρους mg . Το μήκος της ράβδου είναι L , το μέτρο ελαστικότητας της δοκού είναι E , και το μέτρο αδρανείας της διατομής είναι I . Να εξάγετε την εξίσωση που διέπει τα κρίσιμα φορτία λυγισμού, και να την λύσετε γραφικά.



Θέμα 3 (ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΒΑΣΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ).

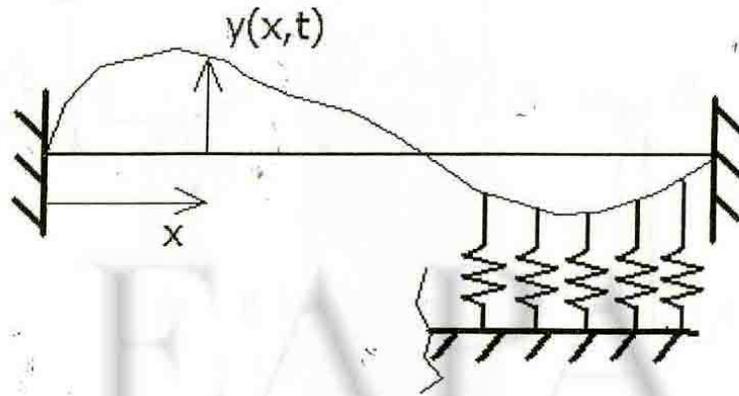
Θεωρούμε την παρακάτω χορδή που είναι πακτωμένη και στα δύο άκρα της, πάνω σε ελαστικό υπόστρωμα με σταθερά k (δηλαδή, κατανεμημένο ελατήριο σε όλο το μήκος της δοκού - στο σχήμα παριστάνεται μόνο ένα μέρος του υποστρώματος). Η εξίσωση της κίνησης της χορδής και οι συνοριακές συνθήκες είναι:

$$T \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + k y(x,t) = m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$y(0,t) = y(L,t) = 0$$

$\rho(x,t)$: καταχ. κατανομή δυνάμεων ($\rho(x,t)$).

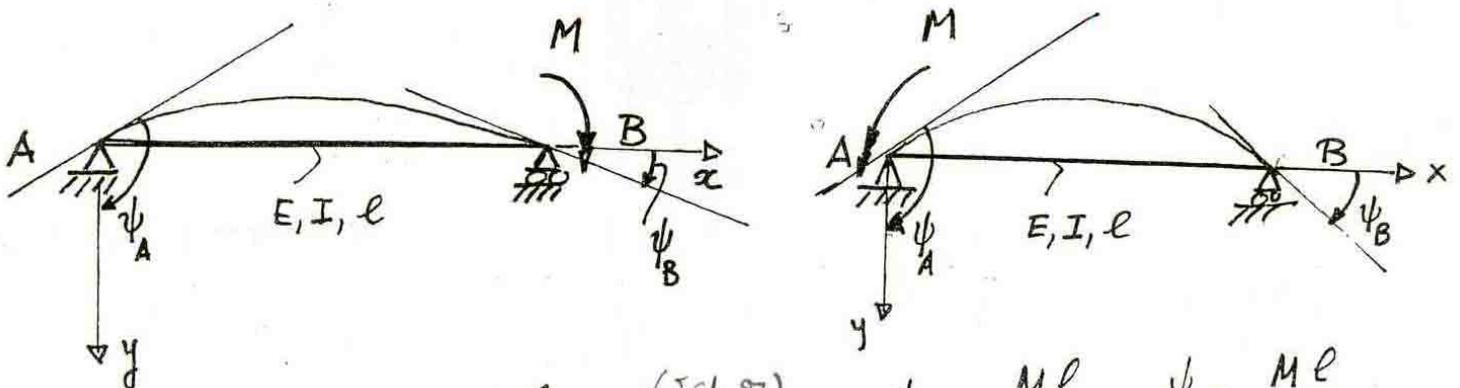
όπου T είναι η (σταθερή) προένταση και m η (σταθερή) μάζα ανα μονάδα μήκους.



α) Να υπολογιστούν οι τρόποι ταλάντωσης της χορδής (ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές). Τι συμβαίνει στις ιδιοσυχνότητες όταν $k \rightarrow 0$ και όταν $k \rightarrow \infty$; Τι συμβαίνει στο φάσμα (κατανομή) ιδιοσυχνοτήτων όταν το μήκος της χορδής τείνει στο άπειρο;

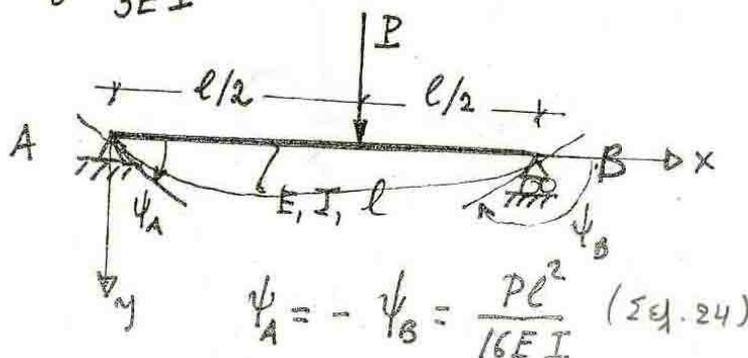
β) Για αρχικές συνθήκες της μορφής $y(x,0) = Y$, $\frac{\partial y(x,0)}{\partial t} = 0$ υπολογίστε την απόκριση της χορδής.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ



$$\psi_A = -\frac{Ml}{6EI}, \quad \psi_B = \frac{Ml}{3EI} \quad (\text{Σελ. 27})$$

$$\psi_A = -\frac{Ml}{3EI}, \quad \psi_B = \frac{Ml}{6EI}$$



$$\psi_A = -\psi_B = \frac{Pl^2}{16EI} \quad (\text{Σελ. 24})$$