

Εξετάσεις Φυσικής IV

Σχολή ΕΜΦΕ

Διδάσκοντες: Γ. Ζουπάνος, Θ. Παπαδοπούλου

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

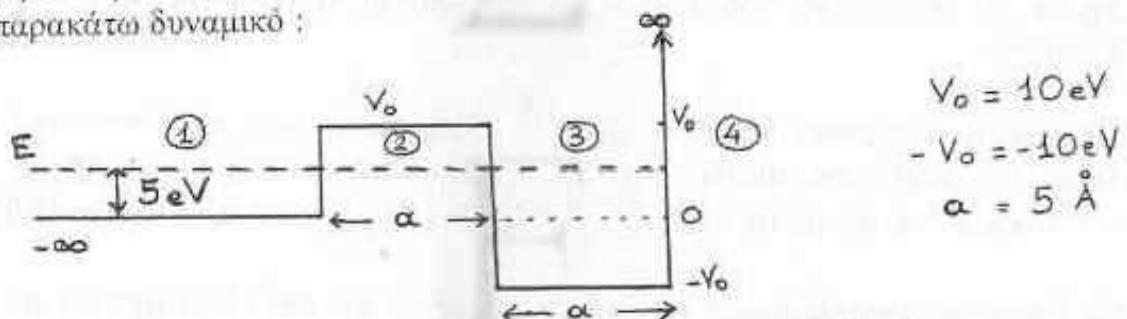
Ιούλιος 2003

ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

(ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΜΟΝΟ 4 ΘΕΜΑΤΑ)

Θέμα 1ο

Ηλεκτρόνιο με ενέργεια 5 eV κινείται σε μία διάσταση και προσπίπτει από αριστερά στο παρακάτω δύναμικό :



1α) Γράψετε τις φυσικά παραδεκτές λύσεις της εξίσωσης Schrödinger στις περιοχές 1, 2, 3 και 4 και εξηγήστε τι παριστάνει από φυσική άποψη κάθε όρος αυτών των λύσεων.

1β) Στις περιοχές όπου η λύση έχει ταλαντούμενη μορφή βρείτε τα αντίστοιχα μήκη κύματος (σε Å).

1γ) Σχεδιάστε ποιοτικά το πραγματικό μέρος της λύσης της εξίσωσης Schrödinger για $-\infty < x < +\infty$.

1δ) Εκτιμήστε την τάξη μεγέθους της πιθανότητας μετάδοσης του ηλεκτρονίου από την περιοχή 1 στην περιοχή 3.

1ε) Σχεδιάστε σε ποιές περιοχές έχομε κβαντισμένες ενέργειακές καταστάσεις και σε ποιές συνεχόμενες.

Θέμα 2ο

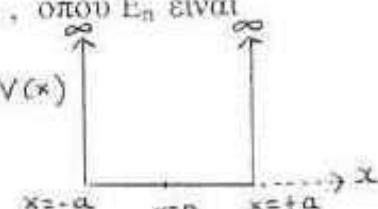
Ένα σωματίδιο με μάζα m κινείται μέσα σε ένα μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού με άπειρα τοιχώματα. Υποθέστε ότι σε χρόνο $t = 0$ η κυματοσυνάρτησή του είναι:

$$\Psi(x, t=0) = A(\alpha^2 - x^2), \quad \text{όπου } A \text{ σταθερά } (A > 0).$$

2α) Υπολογίστε τη σταθερά A ώστε η $\Psi(x, t=0)$ να είναι κανονικοποιημένη.

2β) Βρείτε την πιθανότητα P_n το σωματίδιο να έχει την ενέργεια E_n , όπου E_n είναι μία από τις ιδιοτιμές της ενέργειας του.

2γ) Υπολογίστε τη μέση αναμενόμενη τιμή της ενέργειας $\langle E \rangle$.



Θέμα 3^ο

Ενα σωματίδιο με μάζα m εκτελεί διδιάστατη κίνηση κάτω από την επίδραση ενός δυναμικού απλού αρμονικού ταλαντωτή με ολική ενέργεια:

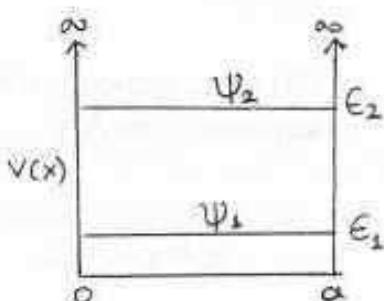
$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} k r^2 \quad \text{όπου} \quad r^2 = x^2 + y^2 \quad \text{και} \quad p^2 = p_x^2 + p_y^2$$

3α) Βρείτε το ενεργειακό του φάσμα χρησιμοποιώντας τις συνθήκες του Bohr.

3β) Βρείτε το ενεργειακό του φάσμα με την ακριβή κβαντομηχανική λύση του προβλήματος.

3γ) Βρείτε την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης που προκύπτει από την εφαρμογή της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg. (Θεωρούμε $\Delta p \approx p$ και $\Delta r \approx r$). Συγκρίνετε την με τις τιμές που βρέθηκαν στα ερωτήματα (3 α) και (3 β).

3δ) Σχολάστε τα αποτελέσματα των ερωτημάτων (3 α) και (3 β) σχετικά με τον εκφυλισμό των ενεργειακών καταστάσεων.



Θέμα 4^ο

Σωματίδιο μάζας m περιορισμένο σε μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού με αδιαπέραστα τοιχώματα περιγράφεται την στιγμή $t = 0$ από την κυματοσυνάρτηση:

$$\Psi(x, t=0) = C \{ \Psi_1(x) + \Psi_2(x) \}$$

όπου Ψ_1 και Ψ_2 οι κανονικοποιημένες ιδιοσυναρτήσεις των δύο πρώτων ενεργειακών σταθμών του πηγαδιού.

4α) Προσδιορίστε τον συντελεστή C ώστε η $\Psi(x, t=0)$ να είναι κανονικοποιημένη.

4β) Βρείτε την κυματοσυνάρτηση $\Psi(x, t)$ σαν συνάρτηση του χρόνου.

4γ) Υπολογίστε τη μέση θέση του σωματιδίου $\langle x \rangle$ σε χρόνο t και αποδείξτε ότι ταλαντώνεται συναρτήσει του χρόνου. Ποιά είναι η συχνότητα ταλάντωσης :

Ασκήσεις Επιλογής

Τμήμα Α

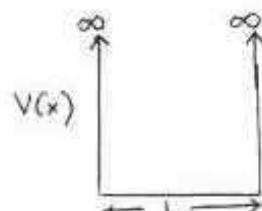
Θέμα 5°

Θεωρείστε ένα σωματίδιο με μάζα m που κινείται σε μία διάσταση κάτω από την επιδραση ενός δυναμικού απλού ταλαντωτή ο οποίος είναι "διαταραγμένος" από ένα "μικρό" όρο της μορφής: $g(x+x^2+x^3+x^4)$

Δηλαδή η Χαμηλτονιανή του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\text{Ολ}} = \frac{p^2}{2m} + kx^2 + g(x+x^2+x^3+x^4)$$

Χρησιμοποιώντας τη θεωρία διαταραχών να βρείτε την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης.



Τμήμα Β

Θέμα 6°

6α) Ένα σωματίδιο με μάζα $m = 1 \text{ gr}$ και ταχύτητα $v = 200 \text{ m/sec}$ είναι κλεισμένο μέσα σε ένα "κουτί" δυναμικού με αδιαπέραστα τοιχώματα, πλευράς $L=10 \text{ cm}$.

- Να υπολογίσετε τον κβαντικό αριθμό n .
- Αν η ταχύτητα είναι γνωστή με σχετική ακρίβεια $\Delta v/v = 10^{-6}$, ποιά είναι η αντίστοιχη αβεβαιότητα Δn του n ? Μπορούμε να μιλάμε για κβάντωση στην περίπτωση αυτή;

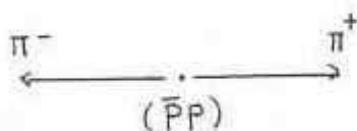
6β) Σύστημα πρωτονίου - αντιπρωτονίου ($p\bar{p}$)

αλληλεπιδρά σε κατάσταση ηρεμίας και παράγεται ένα ζεύγος αντίθετα φορτισμένων

π-μεσονίων ($\pi^- \pi^+$). Βρείτε το μήκος κύματος de Broglie των παραγομένων π-μεσονίων.

(μάζα π-μεσονίου : $m_\pi c^2 = 0,14 \text{ GeV}$

μάζα πρωτονίου : $m_p c^2 = 0,94 \text{ GeV}$)



$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = 0$$

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΤΑΘΕΡΕΣ

$$m_e c^2 = 0,5 \text{ MeV}$$

$$\int_{-a}^a dx (a^2 - x^2) \cos \frac{n\pi x}{2a} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{32a^3}{n^3 \pi^3}, \quad n=1, 3, 5, \dots$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

$$1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$$

$$\int_{-a}^a dx (a^2 - x^2) \sin \frac{n\pi x}{2a} = 0, \quad n=2, 4, 6, \dots$$

$$1 \text{ A}^\circ = 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\hbar c = 12,400 \text{ eV} \cdot \text{\AA}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} \cdot x dx = 0, \quad (a>0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{4a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$