

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ
ΤΜΗΜΑ Ε.Μ.Φ.Ε
Σεπτέμβριος 2001

ZHTHMA 1^ο

- A) Ένα ανταλλακτικό παρό μια μηχανή τοποθετείται εξ ανάγκης σε άλλη μηχανή με πιθανότητα λειτουργίας 0.9 αν η μηχανή βρίσκεται σε κατάσταση «A» και πιθανότητα λειτουργίας 0.6 αν η μηχανή βρίσκεται σε κατάσταση «B». Αν $P(A) = 3/5$ και $P(B) = 2/5$.
- i) Να βρεθεί η πιθανότητα λειτουργίας της μηχανής.
 - ii) Αν διατίθενται 4 τέτοια ανταλλακτικά ποια η πιθανότητα ώστε με ένα τουλάχιστον από αυτά η μηχανή να λειτουργήσει; (Βαθμ. 1.7)
- B) Πότε δύο τ.μ. λέγονται ασυσχέτιστες, πώτε ανεξάρτητες, ποια η σχέση μεταξύ των δύο εννοιών; (Βαθμ. 0.8)

ZHTHMA 2^ο

- A) Έστω $(X, Y) \sim f(x,y) = cxy$ όταν $0 < x < 1, 0 < y < 1$ και μηδέν αλλού.
- i) Να υπολογιστεί η σταθερά c.
 - ii) Να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(0 \leq X \leq 1/2 \text{ και } 0 \leq Y \leq 1/2)$.
 - iii) Να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(X - Y > 0)$.
 - iv) Είναι οι τ.μ. ανεξάρτητες; (Βαθμ. 1.7)
- B) Έστω X_1, X_2, \dots, X_n τ.μ. ανεξάρτητες με κατανομή $G(p_1, \alpha), \dots, G(p_n, \alpha)$ αντίστοιχα.
Να βρείτε την κατανομή της $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ με τη βοήθεια χ.σ. (Βαθμ. 0.8)

ZHTHMA 3^ο

- A) Έστω X_1, X_2, \dots, X_{25} ανεξάρτητες, ισόνομες με κατανομή $U(0,1)$.
- i) Αν $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{25}$ να βρείτε την $P(12 < S < 14)$.
 - ii) Αν $Y = \max \{X_1, X_2, \dots, X_{25}\}$ να υπολογιστεί η $P(Y < 2/3)$ και η $E[Y]$. (Βαθμ. 1.7)
- B) Αν $\Omega = E_1 \cup \dots \cup E_n$ και $E_i \cap E_j = \emptyset$ για κάθε $i \neq j$ και $P(E_i) > 0$ και αν E είναι ένα ενδεχόμενο δείζετε ότι: $P(E) = \sum_{i=1}^n P(E/E_i)P(E_i)$. (Βαθμ. 0.8)

ZHTHMA 4^ο

- A) Ένα αυτοκίνητο ενοικιάζεται με τους παρακάτω όρους: Αν χρησιμοποιηθεί για λιγότερα από 800 Km το ενοίκιο είναι 50.000 δρχ. ενώ αν χρησιμοποιηθεί για περισσότερα τότε το ενοίκιο προσανέμνεται κατά 30.000 δρχ. Ο ενοικιαστής δεν γνωρίζει για πόσα χιλιόμετρα θα χρησιμοποιήσει το αυτοκίνητο αλλά από προηγούμενη εμπειρία γνωρίζουμε ότι ο αριθμός χιλιομέτρων είναι τ.μ. $X \sim N(\mu = 1000, \sigma^2 = 200^2)$. Ποιο είναι το αναμενόμενο ποσό ενοικίασης? (Βαθμ. 1.7)
- B) Αν A, B ενδεχόμενα δείζετε ότι $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ $\Leftrightarrow P(A' \cap B') = P(A')P(B')$. (Βαθμ. 0.8)

***** Διάρκεια εξέτασης : 2.30 ώρες