

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

ΘΕΜΑ 1:

A) Τρεις σπουδαστές A, B και Γ έχουν αναλάβει να λύσουν ένα μαθηματικό πρόβλημα, σε καθορισμένο χρονικό διάστημα και εργαζόμενοι ανεξάρτητα. Η πιθανότητα ο A να λύσει το πρόβλημα είναι 0.80, ο B 0.70 και ο Γ 0.50.

- Ποια η πιθανότητα να λυθεί το πρόβλημα;
- Ποια η πιθανότητα ο A να έχει λύσει το πρόβλημα δεδομένου ότι έχει λυθεί;
- Ποια η πιθανότητα ο A μόνο να έχει λύσει το πρόβλημα δεδομένου ότι έχει λυθεί;

B) Έστω τα δύο ενδεχόμενα E και F, με $P(E) = \alpha$, $P(F) = \beta$ και $P(E | F) = \gamma$. Να βρεθεί η πιθανότητα $P(E | F^c)$, με F^c το συμπλήρωμα του F.

ΘΕΜΑ 2:

A) Έστω η συνεχής τ.μ. X με σ.π.π.

$$f(x) = cx^2(1-x^2), \quad 0 < x < 1 .$$

Να βρεθεί:

- Η σταθερά c.
- Η μέση τιμή $E[X]$.
- Η διασπορά $V[1/X]$.

B) Έστω ότι η τ.μ. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Αν γνωρίζουμε ότι $P(X > 30) = 0.0668$ και $P(X \leq 26) = 0.6915$, να βρείτε την πιθανότητα $P(20 \leq X \leq 25)$.

ΘΕΜΑ 3:

A) Έστω οι συνεχείς τ.μ. X και Y με από κοινού σ.π.π.

$$f_{XY}(x,y) = c(x+2y) \exp\{-(x+y)\}, \quad x, y > 0 .$$

- Να βρεθεί η σταθερά c.
- Να βρεθούν οι περιθώριες σ.π.π. των X και Y.
- Είναι οι X και Y ανεξάρτητες;

B) Έστω X_1 και X_2 ανεξάρτητες τ.μ. με κοινή διασπορά σ^2 . Αν $Y = X_1 + 2X_2$ και $Z = 2X_1 - 3X_2$, να υπολογιστεί η συνδιακύμανση $Cov(Y, Z)$.

ΘΕΜΑ 4:

A) Η διάρκεια ζωής X (σε ώρες) ενός λαμπτήρα είναι τ.μ. που ακολουθεί την Εκθετική κατανομή με μέση τιμή 500h.

- Αν 100 τέτοιοι λαμπτήρες χρησιμοποιηθούν διαδοχικά ο ένας μετά τον άλλο, να βρεθεί η πιθανότητα να υπάρχει φως μετά από 52500h.
- Ποια η πιθανότητα ανάμεσα στους 100 αυτούς λαμπτήρες τουλάχιστον οι 80 να έχουν διάρκεια ζωής μεγαλύτερη των 100h;

B) Έστω η συνεχής τ.μ. X με σ.π.π.

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R} .$$

Αν $Y = 1/X$ να βρείτε την σ.π.π. της τ.μ. Y.

* ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ: Α: 1.5, Β: 1.0 *

** Διάρκεια Εξέτασης: 2 ½ h**

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!