

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

1. Τραβάμε τυχεία, χωρίς επανατοποθέτηση, έξι χαρτιά από μιά τράπουλα 52 χαρτιών. Ποιά είναι η πιθανότητα να βγουν τρία διαφορετικά ζεύγη (π.χ., δύο άσσοι, δύο τριάρια, και δύο επτάρια, δχι δύος τέσσερα τριάρια και δύο επτάρια);

2. (α) Έστω ότι τα ενδεχόμενα A , B , και Γ είναι ανεξάρτητα με

$$P(A) = a, \quad P(B) = b, \quad P(\Gamma) = c.$$

Να βρεθεί η πιθανότητα $P(A \cup B | B \cup \Gamma)$.

(β) Επαναλάβατε την ερώτηση για την περίπτωση που τα A , B , και Γ είναι ασυμβίβαστα.

3. Έστω ότι οι τ.μ. X, Y έχουν από κοινού σ.π.π.

$$f(x,y) = \begin{cases} (24/\pi)x^2y^2, & \text{αν } (x,y) \in D, \\ 0 & \text{αν } (x,y) \notin D, \end{cases}$$

όπου D είναι ο δίσκος

$$D = \{(x,y) : x^2 + y^2 < 1\}.$$

(α) Να βρεθεί η περιθώρια σ.π.π. $f_X(x)$ της X .

(β) Να βρεθεί η συνδιακύμανση $Cov(X, Y)$.

(γ) Είναι οι X, Y ανεξάρτητες;

4. Ρίχνουμε τυχαία 200 μπάλλες σε 100 λάκκους αριθμημένους από το 1 ως το 100. Ο κάθε λάκκος δεν χωράει περισσότερες από τρεις μπάλλες (άρα, άμα πέσουν πάνω από τρεις μπάλλες σε ένα λάκκο, αυτές που περισσεύουν μένουν απ' έξω). Έστω ότι ο λάκκος No 1 περιέχει X μπάλλες. Να βρεθεί η μέση τιμή $E[X]$ της τ.μ. X .

Ράφες

5. Ένα μικρό κομμάτι ραδιενέργού υλικού εκπέμπει σωματίδια έτσι ώστε ο χρόνος (σε sec) μεταξύ δύο εκπομπών έχει εκθετική κατανομή με παράμετρο $a = 0.1$. Έστω T ο χρόνος (σε sec) που χρειάζεται για να εκπεμφθούν 100 σωματίδια. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες

$$P\{T \geq 1000\}, \quad P\{T \geq 1200\}, \quad \text{και} \quad P\{T \geq 1500\}.$$

Υπόδειξη. Κεντρικό οριακό Θεώρημα.