

ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ Ε.Μ.Π.
ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ

6 Φεβρουαρίου 2006

**Γράψτε τέσσερα από τα 5 ισοδύναμα θέματα. Επιλέξτε ένα από τα 1^o και 2^o.
Βιβλία, σημειώσεις, κινητά τηλεφωνα κλειστά. Δίνεται επαρκές τυπολόγιο.**

Διάρκεια 2,5 ώρες

Διδάσκοντες: Η. Κατσούφης (Α-Λ) και Ε. Φωκίτης (Μ-Ω)

Θέμα 1^o Μελετήστε τις συζευγμένες ταλαντώσεις ελαστικής χορδής με σταθερά άκρα και με N σφαιρίδια ίσης μάζας m, σε ίσες αποστάσεις a. Συγκεκριμένα:

Α) Γράψτε την εξίσωση κίνησης της n-στής μάζας και δείξτε ότι, σε κανονικό τρόπο ταλάντωσης (ΚΤΤ), μεταξύ των πλατών απομάκρυνσης A_{n-1} , A_n και A_{n+1} τριών διαδοχικών σφαιριδίων n-1, n και n+1 ισχύει: $-A_{n-1} + (2 - \frac{ma\omega^2}{T})A_n - A_{n+1} = 0$ όπου ω η κυκλική συχνότητα του ΚΤΤ της χορδής, και T η τάση με την οποία τείνεται.

Β) Αν $N=3$, βρείτε τους σχηματισμούς, δηλαδή τους λόγους των πλατών $A_1:A_2:A_3$ για καθένα από τους επιτρεπόμενους ΚΤΤ των τριών αυτών ίσων μαζών, ξεκινώντας από τη γενική σχέση πλατών που δόθηκε στο ερώτημα Α. (Υπόδειξη: Δεχθείτε ότι, κατ' αναλογία με τη συνεχή χορδή με σταθερά άκρα, τα πλάτη απομάκρυνσης μπορούν να εκφραστούν ως $A_n = C \sin(n\theta)$. Δείξτε πρώτα ότι $(A_{n-1} + A_{n+1}) / A_n = (\omega_0^2 - \omega^2) / \omega_0^2 = 2 \cos\theta$, όπου το θ παίρνει ορισμένη τιμή, που πρέπει να βρείτε, για κάθε ΚΤΤ, και $\omega_0^2 = T / ma$. Μην υπολογίσετε τις συχνότητες των ΚΤΤ).

Θέμα 2^o Το μηχανικό σύστημα της εικόνας αποτελείται από δύο βαγόνια μάζας m που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβή στο οριζόντιο δάπεδο, και συνδέονται μεταξύ τους και με το γειτονικό τους ακλόνητο τοίχωμα με ελατήρια ίδιας σταθεράς k. Τα βαγόνια υπόκεινται σε ένα μηχανισμό τριβής ο οποίος λειτουργεί έτσι, ώστε η δύναμη που εξασκεί στο κάθε βαγόνι να είναι ανάλογη της σχετικής ταχύτητας των δύο βαγονιών και να έχει το ίδιο πρόσημο με τη δύναμη που ασκεί το μεσαίο ελατήριο στο κάθε σώμα. Στη θέση ισορροπίας τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.

Α) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης των δύο βαγονιών.

Β) Βρείτε τις εκφράσεις οι οποίες μας δίνουν τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης, αν $r^2 \ll 4 \text{ km}$.

Γ) Βρείτε τις στιγμιαίες απομακρύνσεις $x_1(t)$ και $x_2(t)$ των δύο βαγονιών, καθώς και την οριακή κίνηση του συστήματος των δύο βαγονιών, μετά την παρέλευση μεγάλου χρονικού διαστήματος.

Θέμα 3^o Πέντε σημειακές πηγές σε γραμμική διάταξη εκπέμπουν σύμφωνη ακτινοβολία, κυκλικής συχνότητας ω και βρίσκονται σε διαδοχικές αποστάσεις $a = 2\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος της ακτινοβολίας.



Α) Βρείτε τις γωνιακές κατευθύνσεις ως προς την γραμμή που συνδέει τις πηγές, για τις οποίες έχουμε κύρια μέγιστα της έντασης, σε αποστάση $r \gg a$.

B) Σχεδιάστε χονδρικά την κατανομή της έντασης της ακτινοβολίας στο επίπεδο xy για αποστάσεις $r >> a$, λαμβάνοντας υπόψη και τα δευτερεύοντα μέγιστα. Δικαιολογίστε το σχήμα.

Θέμα 4° Δύο εγκάρσια κύματα $A \sin(x - vt)$ και $A \sin(y - vt)$, όπου k το μέτρο των δύο κυματοδιανυσμάτων, διαδίδονται με ταχύτητα v κατά μήκος μιάς τεταμένης μεμβράνης, που εκτείνεται απεριόριστα στο επίπεδο xy. Να μελετηθεί η συνισταμένη κίνηση. Συγκεκριμένα:

A) Ποιά είναι η διεύθυνση διάδοσης του προκύπτοντος διαμορφωμένου κύματος;

B) Πόση είναι η ταχύτητα φάσης και το μήκος κύματος της επαλληλίας των δύο κυμάτων;

Γ) Βρείτε τις θέσεις οι οποίες παραμένουν συνεχώς ακίνητες πάνω στη μεμβράνη, ενώ τα δύο κύματα διαδίδονται πάνω στην επιφάνειά της.

Θέμα 5° Γραμμικά πολωμένο επίπεδο ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό κατά την διεύθυνση του άξονα των z, τα πεδία του E και B είναι αντίστοιχα κατά τη διεύθυνση των αξόνων των x και y, και είναι συναρτήσεις του κυματικού ορίσματος $w = z - ct$, όπου c είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, δηλ. $E = E(z - ct)$ και $B = B(z - ct)$. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του Maxwell, δείξτε ότι $E = cB$, όταν δίνεται ότι $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$.

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x, \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right), R = a \frac{\sin(N \frac{\delta}{2})}{\sin(\delta/2)}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, v = \frac{\omega}{k}, v_g = \frac{d\omega}{dk}, \vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \Rightarrow x = (-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma})/2\alpha, \vec{j} = p\vec{v}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0, \nabla \cdot \vec{B} = 0, \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}, \nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}, I = c \epsilon_0$$

$$u(r, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2, Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$$

$$I \propto 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \delta = k(r_2 - r_1), \vec{s} = \vec{E} \times \vec{H}, m \ddot{x} = -sx - r \dot{x}$$

$$I(\theta) = I_s \frac{\sin^2 N \beta}{\sin^2 \beta}, \beta = \frac{\pi f s \sin \theta}{\lambda}, \bar{I}(\theta) = \bar{I}_s \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}, \alpha = \frac{\pi d s \sin \theta}{\lambda}$$

$$I(\theta) = I_s \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \cdot \frac{\sin^2 N \beta}{\sin^2 \beta}, \frac{\lambda}{d\lambda} = nN, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{P} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2nt \cos \theta, fs \sin \theta = n \lambda, F = -T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$