

**ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ II**

των σπουδαστών επί πτυχίω της Σχολής  
**Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών**

(Σάββατο, 15 Ιουλίου 2006, ώρα 08:30)

**Διδάσκοντες:** Πάζης-Καλλιμασιώτης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ  
Κουρκουλής Σταύρος, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

**Οδηγίες προς τους εξεταζόμενους:**

- Η διάρκεια της εξέτασης είναι **2,5 ώρες**.
- Το φύλλο εκφωνήσεων αποτελείται από δύο σελίδες και περιέχει **4 (τέσσερα) ζητήματα. Απαντήστε στο 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> ζήτημα καθώς και σε ένα από τα ζητήματα 3<sup>ο</sup> και 4<sup>ο</sup>.**
- Η βαθμολογία κάθε ζητήματος αναγράφεται στην αντίστοιχη εκφωνηση. Η τελική βαθμολογία είναι συνάρτηση τόσον του περιεχομένου όσον και της συνολικής εμφάνισης του γραπτού.
- Να απαντάτε αποκλειστικά και μόνον σε ότι ζητείται δικαιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις σας. Αδικαιολόγητες απαντήσεις δεν λαμβάνονται υπ' όψιν και δημιουργούν αρνητική εικόνα κατά την βαθμολόγηση.

**ZΗΤΗΜΑ 1<sup>ο</sup> (20 μονάδες)**

Κυλινδρική ράβδος αρχικού μήκους  $L=1\text{m}$  και αρχικής διαμέτρου  $D=8\text{mm}$  αναρτάται με άρθρωση κατακόρυφα και αφήνεται υπό την επίδραση του ιδίου αυτής βάρους και μόνον. Το ειδικό βάρος του υλικού της ράβδου είναι  $8 \times 10^4 \text{ N/m}^3$  και ο λόγος Poisson  $\nu=0.3$ . Θεωρώντας ότι η ράβδος βρίσκεται στην ελαστική της κατάσταση και ότι η σχέση τάσεων - παραμορφώσεων του υλικού της είναι:

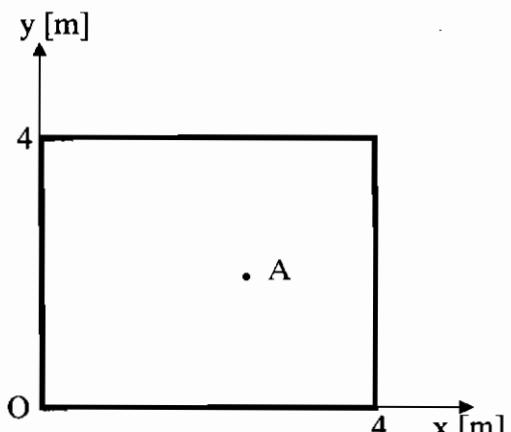
$$\epsilon = 1.9 \times 10^{-10} \sigma^{0.85}$$

- Υπολογίστε το τελικό μήκος της ράβδου.
- Ποια είναι η τελική μορφή της αρχικώς κυλινδρικής ράβδου και ποια η διάμετρος στις ακραίες διατομές της ράβδου;

**ZΗΤΗΜΑ 2<sup>ο</sup> (45 μονάδες)**

Τετραγωνική πλάκα, από υλικό με μέτρο ελαστικότητας  $E=0.9375 \text{ GPa}$  και λόγο Poisson  $\nu=0.25$ , με τις διαστάσεις του παραπλεύρως σχήματος και πάχος  $d=4\text{cm}$ , βρίσκεται σε επίπεδη εντατική κατάσταση. Το πεδίο των μετατοπίσεων περιγράφεται στο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς Oxy από τις εξισώσεις:

$$u = (-x + x^2y) \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad v = \left(2y^2 - \frac{y^3}{3}\right) \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



- Να ευρεθεί το σύνολο των σημείων της πλάκας (γεωμετρικός τόπος) στα οποία η ορθή ανηγμένη παραμόρφωση (τροπή)  $\epsilon_{yy}$  παίρνει την μέγιστη της τιμή.
- Να ευρεθεί η μεταβολή του μήκους της γραμμής του προηγουμένου ερωτήματος.
- Στο σημείο A της πλάκας με συντεταγμένες  $A(2.25 \text{ m}, 2 \text{ m})$  να ευρεθεί ο τανυστής των τάσεων και στη συνέχεια να ευρεθούν οι κύριες τάσεις και η διεύθυνση των κυρίων αξόνων με την βοήθεια του κύκλου του Mohr.
- Υπολογίστε τη μεταβολή του πάχους d στο σημείο A της πλάκας.

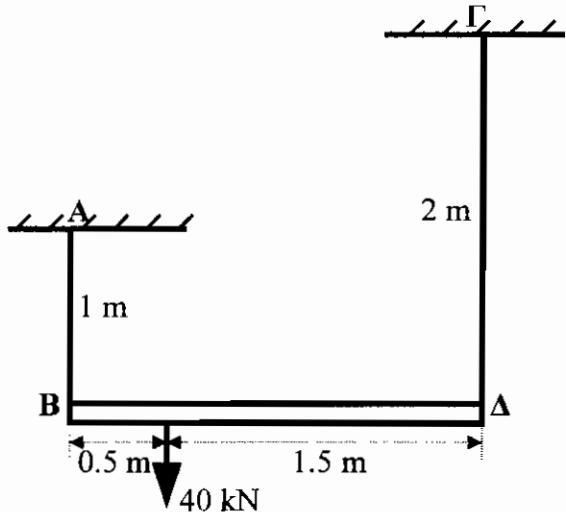
### ZHTHMA 3<sup>o</sup> (35 μονάδες)

Η αβαρής και απολύτως στερεά δοκός ΒΔ αναρτάται οριζόντια με δύο κατακόρυφες ράβδους ΑΒ και ΓΔ, οι οποίες είναι κατασκευασμένες από γραμμικώς ελαστικό - γραμμικώς κρατυνόμενο υλικό. Η ράβδος ΑΒ έχει μέτρο ελαστικότητας  $E_1=10^{11}$  Pa, τάση διαρροής  $\sigma_{y1}=150$  MPa, κλίση του διαγράμματος  $\sigma - \epsilon$  στην περιοχή κρατύνσεως (πλαστικό μέτρο)  $H_1=10^{10}$  Pa και εμβαδόν διατομής  $A_1=1.5$  cm<sup>2</sup>. Αντίστοιχα η ράβδος ΓΔ έχει  $E_2=2 \times 10^{11}$  Pa,  $\sigma_{y2}=200$  MPa,  $H_2=10^{10}$  Pa και  $A_2=1$  cm<sup>2</sup>.

α. Στην δοκό εφαρμόζεται κατακόρυφο φορτίο 40 kN, όπως φαίνεται στο σχήμα παραπλεύρως. Να ευρεθεί η τελική θέση της δοκού.

β. Το φορτίο αφαιρείται. Ποια είναι η τελική θέση της δοκού;

Να αγνοηθούν οι οριζόντιες μετατοπίσεις.

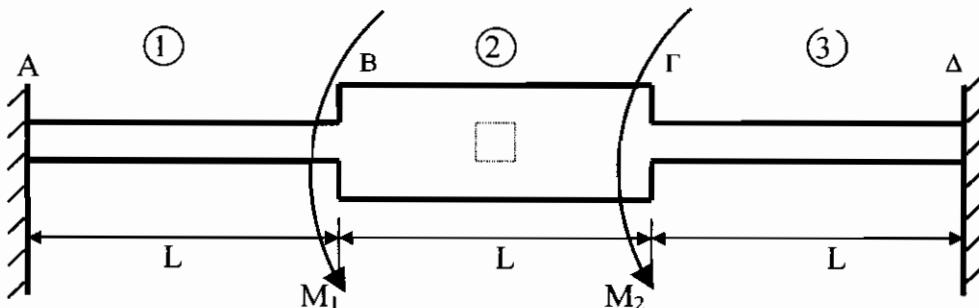


### ZHTHMA 4<sup>o</sup> (35 μονάδες)

Η αμφίπακτη άτρακτος ΑΒΓΔ του κάτωθι σχήματος αποτελείται από τρία ομοαξονικά κυλινδρικά τμήματα ίσου μήκους  $L$  και ακτίνων  $r_1=r_3=1$  cm,  $r_2=2$  cm. Στις διατομές Β και Γ, που συνδέονται τα κυλινδρικά τμήματα εφαρμόζονται οι ροπές  $M_1=5$  Nm και  $M_2=10$  Nm.

α. Να ευρεθούν οι ροπές  $M_A$  και  $M_\Delta$  στα σημεία Α και Δ της πάκτωσης.

β. Αν στην επιφάνεια του κεντρικού τμήματος της ατράκτου θεωρηθεί στοιχειώδες τετράγωνο όπως φαίνεται στο σχήμα να βρεθούν οι κύριες τάσεις και η διεύθυνση του κεφίου συστήματος σε σχέση με τον άξονα της ατράκτου.



### ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{xx} + \nu \epsilon_{yy}), \quad \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{yy} + \nu \epsilon_{xx}), \quad \tau_{xy} = \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{xy}, \quad \varphi = (M_t L) / (G I_o), \quad \tau = (M_t r) / I_o$$