



**ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΙΙ (Ηλεκτρομαγνητισμός Ι) ΣΕΜΦΕ**

18 Ιουλίου 2003  
 Διάρκεια: 2½ ώρες

Διδάσκοντες: Σ. Παπαδόπουλος  
 Π. Πίσσης  
 Κ. Ράπτης

**ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
 (Χωρίς τη χρήση συγγραμμάτων, βοηθημάτων ή σημειώσεων)

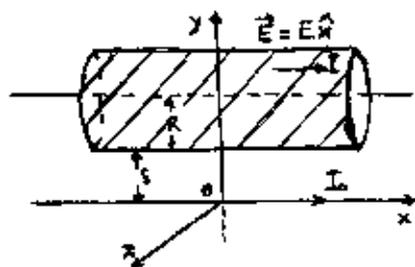
**Θέμα 1ο:** Μεταλλική σφαίρα ακτίνας  $a$  φορτισμένη με φορτίο  $+Q$  περιβάλλεται ομοκεντρικά από διηλεκτρικό σφαιρικό φλοιό εσωτερικής ακτίνας  $b$  και εξωτερικής  $c$ . Η σχετική διηλεκτρική σταθερά του φλοιού είναι  $\epsilon_r$ . Να βρεθούν:  
 (α) το ηλεκτρικό πεδίο  $\sigma'$  όλες τις περιοχές του χώρου (και να παρασταθεί γραφικά). (β) η πυκνότητα δεσμευμένου φορτίου στις επιφάνειες (εσωτερική και εξωτερική) του φλοιού. (γ) το δυναμικό της μεταλλικής σφαίρας θεωρώντας το άπειρο ως σημείο αναφοράς μηδενικού δυναμικού.



**Θέμα 2ο:** Κυλινδρική επιφανειακή στατική κατανομή φορτίου ακτίνας  $R$  και απείρου μήκους έχει πυκνότητα  $+\sigma$  (C/m<sup>2</sup>). Η κατανομή περιβάλλεται ομοαξονικά από συμπαγή μεταλλικό κυλινδρικό σωλήνα εσωτερικής ακτίνας  $a$  και εξωτερικής  $b$ .  
 (α) Πώς και με τι πυκνότητα κατανέμεται το εξ επαγωγής φορτίο στο σωλήνα; Δικαιολογήστε.  
 (β) Προσδιορίστε το ηλεκτρικό πεδίο παντού, δηλαδή για διάφορες αποστάσεις από τον κοινό άξονα των κυλίνδρων: (i)  $0 \leq r < R$ , (ii)  $R \leq r \leq a$ , (iii)  $a < r < b$ , (iv)  $r \geq b$ . (γ) Υπολογίστε τη διαφορά δυναμικού  $\Delta V$  μεταξύ της κυλινδρικής επιφάνειας της κατανομής και της εξωτερικής επιφάνειας του μεταλλικού σωλήνα.

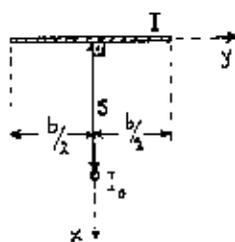
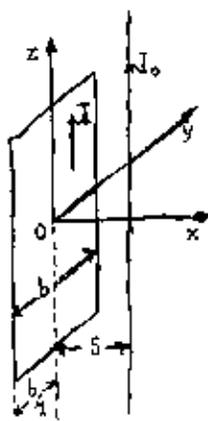


**Θέμα 3ο:** Συμπαγής κυλινδρικός αγωγός ακτίνας  $R$  και απείρου μήκους βρίσκεται μέσα σε ομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο  $\mathbf{E} = E\hat{x}$  τη διεύθυνση του οποίου συμπίπτει με τον άξονα του κυλίνδρου. Η αγωγιμότητα του κυλινδρικού αγωγού μεταβάλλεται με την απόσταση  $r$  από τον άξονα και δίνεται από τη σχέση:  $\sigma = kr$ , όπου  $k$  σταθερά. (α) Να υπολογιστούν η πυκνότητα ρεύματος  $\mathbf{J}$  και το (συνολικό) ρεύμα  $I$  που διαρρέει τον αγωγό. (β) Σε απόσταση  $s$  από την επιφάνεια του κυλίνδρου και παράλληλα προς τον άξονα του κυλίνδρου τοποθετείται λεπτός ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα  $I_0$  ίδιας κατεύθυνσης με το  $I$ . Θεωρώντας ένα σύστημα συντεταγμένων με την αρχή  $O$  πάνω στον ευθύγραμμο αγωγό (όπως δείχνει το σχήμα), υπολογίστε το συνολικό μαγνητικό πεδίο (μέτρο και κατεύθυνση) που προκύπτει από την υπέρθεση των μαγνητικών πεδίων που οφείλονται στα ρεύματα  $I$  και  $I_0$  για τις εξής θέσεις πάνω στον άξονα  $y$ : (i)  $y < 0$ , (ii)  $0 < y \leq s$ , (iii)  $s < y \leq s+R$ , (iv)  $s+R < y < s+2R$ , (v)  $y \geq s+2R$ .



**Θέμα 4ο:** Λεπτή αγωγική ταινία πλάτους  $b$  και αλείρου μήκους διαρρέεται από ρεύμα  $I$ . Σε απόσταση  $s$  από το επίπεδο της ταινίας και παράλληλα προς τη διεύθυνση της

μεγάλης διάστασης της ταινίας υπάρχει λεπτός ευθύγραμμος αγωγός αλείρου μήκους έτσι που η προβολή του στο επίπεδο της ταινίας να συμπίπτει με την ευθεία που χωρίζει στη μέση την ταινία (βλέπε σχήμα). Ο λεπτός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα  $I_0$  της ίδιας κατεύθυνσης με το  $I$ . (α) Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  (μέτρο και κατεύθυνση) στην περιοχή του λεπτού αγωγού που οφείλεται στο ρεύμα  $I$  της ταινίας και (β) με βάση αυτό το αποτέλεσμα βρείτε τη δύναμη  $F$  ανά μονάδα μήκους (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκείται στον λεπτό ευθύγραμμο αγωγό.



**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !**

**ΥΠΗΘΥΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ**

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}, \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \vec{v}(\vec{r}, t), \quad \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv, \quad V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad |\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}, \quad d\vec{F} = I \, d\vec{l} \times \vec{B}, \quad d\vec{B} = \mu_0 I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a}, \quad U_E = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 \, dv, \quad U_B = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 \, dv$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}, \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad B_E = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$B_B = \frac{\mu_0 I}{2R}, \quad P = (\epsilon_r - 1)\epsilon_0 E, \quad \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$e = \pm |\vec{P}|.$$

$B_E$ : Ένταση μαγν. πεδίου σε απόσταση  $r$  από ευθύρ. αγωγό

$B_B$ : Ένταση μαγν. πεδίου στο κέντρο κυκλ. βρόχου ακτίνας  $R$ .