ΣΕΜΦΕ ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΕΜΠ
ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ

20 Φεβρουαρίου 2008 Διδάσκοντες: Η. Κατσούφης, Ε.Φωκίτης

Διάρκεια 2 ώρες και 30 λεπτά

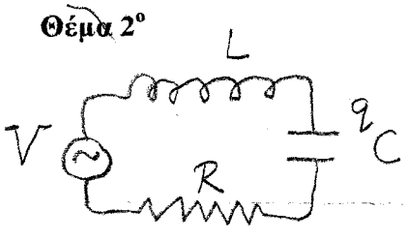
Ασχοληθείτε με 4 θέματα. Όλα τα θέματα είναι ισόβαθμα. Δυνατότητα επιλογής μεταξύ του 1ου και του 2ου (ολόκληρων), καθώς και μεταξύ του 3ου και του 4ου (ολόκληρων). Τα 5ο και 6ο είναι υποχρεωτικά μεταξύ των τεσσάρων που ζητούνται να επιλυθούν για το άριστα (100). Δεν επιτρέπονται σημειώσεις, βιβλία και κινητά τηλέφωνα. Διανέμεται επαρκές τυπολόγιο.

Θέμα 1ο. Ένας εξαναγκασμένος αρμονικός ταλαντωτής χωρίς απόσβεση που έχει μάζα m και δυσκαμψία s, δέχεται εξωτερική δύναμη, $F = F_0 \sin\omega t$. (αγνοήστε τη βαρύτητα)

Α) Γράψτε τη διαφορική εξίσωση κίνησης και βρείτε τη λύση της εξίσωσης στη μόνιμη κατάσταση, εκφράζοντας την απομάκρυνση x(t) συναρτήσει της $\omega_0^2 = s/m$. (15)

Β) Σχεδιάστε τη λύση του (Α) συναρτήσει της συχνότητας ω. Βρείτε μία έκφραση για τη γενική λύση x(t). (10)

Θέμα 2ο



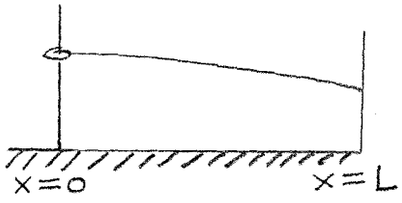
Δίνεται το κύκλωμα συντονισμού LRC σε σειρά το οποίο διεγείρεται από την εναλλασσόμενη τάση $V = V_0 \cos(\omega t)$. Βρείτε τη συχνότητα ω για την οποία εμφανίζεται μέγιστο πλάτος στη διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή και εκφράστε την συναρτήσει του $\omega_0^2 = (LC)^{-1}$ και $Q_0 = \omega_0 L/R$. (25)

Θέμα 3ο Τα άτομα ενός γραμμικού τριατομικού μορίου ΑΒΓ έχουν μάζες $M_A = m$, $M_B = 3m$ και $M_\Gamma = 2m$ και εκτελούν διαμήκεις ταλαντώσεις γύρω από τις θέσεις ευσταθούς ισορροπίας τους. Ας υποθέσουμε ότι δυνάμεις εξασκούνται μόνο ανάμεσα στα γειτονικά άτομα και ότι αυτές μπορούν να προσομοιωθούν από όμοια ελατήρια σταθεράς k.

Α) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης των ατόμων. (10)

Β) Βρείτε τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.(15)

Θέμα 4ο Θεωρήστε εγκάρσιες ταλαντώσεις μικρού πλάτους μιας τελείως ελαστικής ομογενούς χορδής, η οποία τείνεται με δύναμη T, έχει μήκος L και γραμμική πυκνότητα μ. Η χορδή έχει σταθερό το άκρο x = L, ενώ το άλλο άκρο x = 0 φέρει δακτύλιο και μπορεί να κινείται κατακόρυφα χωρίς τριβή, κατά μήκος ενός σταθερού στυλίσκου.



Α) Ξεκινώντας από την κλασική κυματική εξίσωση, βρείτε τη στιγμιαία απομάκρυνση y(x, t) του τυχόντος σημείου x σε κανονικό τρόπο ταλάντωσης (ΚΤΤ) και τις συχνότητες των ΚΤΤ. (15)

Β) Υπολογίστε τη μέγιστη κινητική ενέργεια της χορδής στον ΚΤΤ τάξης n, αν η μέγιστη απομάκρυνση του στυλίσκου σε αυτόν τον ΚΤΤ είναι A_n. (10)

Θέμα 5° Δύο επίπεδα ηλεκτρομαγνητικά κύματα της μορφής $\mathbf{E_i} = \mathbf{E_0}\cos(\omega t - \mathbf{k.r})$, i = 1,2, έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα ω και πλάτος $\mathbf{E_0}$, είναι γραμμικά πολωμένα κατά τη διεύθυνση z και διαδίδονται το ένα κατά τη διεύθυνση x και το άλλο κατά τη διεύθυνση y.

Α) Γράψτε τις εκφράσεις για το ηλεκτρικό πεδίο των δύο αυτών συγκεκριμένων κυμάτων. Βρείτε τη διεύθυνση διάδοσης και τη φασική ταχύτητα του συνιστάμενου κύματος.(10)

Β) Βρείτε τα σημεία στο χώρο στα οποία το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.(10)

Γ) Πόση είναι η ένταση του συνιστάμενου κύματος στο τυχόν σημείο (x,y); (5)

Θέμα 6° Ενας ταλαντωτής δέχεται μία επαλληλία N συγγραμικών διεγέρσεων της μορφής $x_n = x_0 \cos[\omega t+(n-1)\delta]$, όπου δ μία σταθερή διαφορά φάσης και n = 1,2,...,N.

Α) Δείξτε ότι η συνολική ταλάντωση είναι $x(t) = x_0\cos[\omega t + (N-1)\delta/2]\sin(N\delta/2)/\sin(\delta/2)$. [υπόδ.: Χρησιμοποιήστε είτε γεωμετρική(διανυσματικό άθροισμα) ή αναλυτική μέθοδο (μιγαδική παράσταση κάθε όρου)].(10)

Β) Θεωρήστε 10 σημειακές σύμφωνες πηγές που εκπέμπουν ισοτροπικά με το ίδιο μήκος κύματος λ, την ίδια ισχύ, είναι διατεταγμένες σε ευθεία γραμμή ΑΒ και σε διαδοχικές αποστάσεις f μεταξύ τους. Παρατηρητής Π βρίσκεται σε απόσταση r από το μέσο Μ της διάταξης, πολύ μεγαλύτερη από τα f και λ και ανιχνεύει το συνιστάμενο κύμα $x_{ολικο}$ από τις 10 πηγές. Η διεύθυνση ΜΠ σχηματίζει γωνία θ με την κάθετο στην ΑΒ. Αν υποθέσει ότι τα 10 κύματα φθάνουν σ'αυτόν με το ίδιο περίπου μέγιστο πλάτος, τι ένταση περιμένει να ανιχνεύσει; (Αιτιολογήστε την απάντησή σας) (7)

Γ) i) Μία κόκκινη φασματική γραμμή με μήκος κύματος $\lambda=6{,}5\times10^{-7}$ m βρίσκεται ότι αποτελείται από δύο πολύ γειτονικές γραμμές. Αν οι δύο αυτές γραμμές μόλις διαχωρίζονται στην πρώτη τάξη περίθλασης από ένα περιθλαστικό φράγμα διάδοσης με 9×10^4 χαραγές, να βρείτε τη διαφορά μήκους κύματος των δύο γραμμών. ii) Πόσες είναι οι επιτρεπόμενες τάξεις σε αυτό το φράγμα, αν οι παραπάνω χαραγές περιέχονται σε 75 mm; (8)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

1. Σε ένα εξαναγκασμένο αρμονικό ταλαντωτή χωρίς απόσβεση που δέχεται εξωτερική δύναμη, $F_0 \sin\omega t$, μάζας m, και δυσκαμψίας s,

(α) να βρείτε την λύση της εξίσωσης κίνησης στη μόνιμη κατάσταση, εκφράζοντας την απομάκρυνση x(t) συναρτήσει της $\omega_0^2 = s/m$

(β) Βρείτε μία έκφραση για τη γενική λύση του x(t) (περιλαμβάνει και το μεταβατικό φαινόμενο)

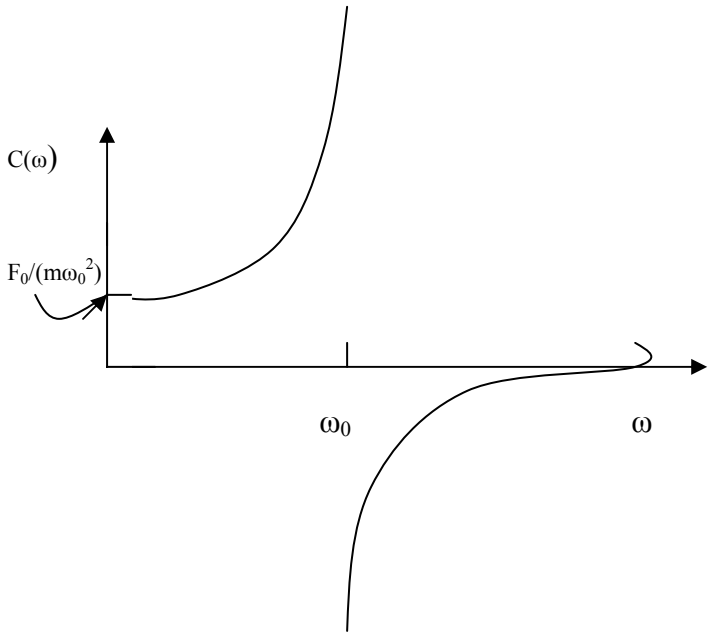
Είναι

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t$$

Θέτουμε $x = C(\omega)\sin\omega t$, και έτσι παίρνουμε:

$$C(\omega) = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Αν προσέξουμε και την αλλαγή προσήμου του C μόλις διερχόμαστε το ω_0, έχουμε την γραφική παράσταση



Για τη γενική λύση, με ανεπαίσθητη απόσβεση, έχουμε επαλληλία εξαναγκασμένης ταλάντωσης και ταλάντωση με ιδιοσυχνότητα $\omega_0=(k/m)^{1/2}$
Συνεπώς θα είναι:

$x=C(\omega)\sin\omega t + D\cos(\omega_0 t+\theta)$
4.

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \textbf{(1)}$$

Η εξίσωση αυτή μας επιβάλλει πως στο τυχόν σημείο x και τυχούσα χρονική στιγμή, έχουμε λύση της μορφής

$y(x,t) = (A\sin kx + B\cos kx)\sin(\omega t+\varphi)$, όπως εύκολα αποδεικνύεται με αντικατάσταση στην (1).

Για x=0 :
Τώρα, η εγκάρσια δύναμη είναι:

$F_{perp} = T\frac{\partial y}{\partial x} = m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ εφαρμόζοντας τον Β ΝόμοΝεύτωνα. Επειδή η μάζα του κρίκου είναι μηδέν, έχουμε ότι $\Delta y/\Delta x=0$ και συνεπώς

$A\cos k0 + B\sin 0 = A=0$. Αρα, $y(x,t) = B\cos kx\sin(\omega t+\varphi)$,

Για x=L, πρεπει $y(L)=0 \rightarrow \cos kL=0 \rightarrow k_nL=(2n+1)\pi/2$ (2)

Ωστόσο, $\omega_n/k_n=v=(T/\mu)^{1/2} \rightarrow \omega_n==[(2n+1)\pi/2L]\ (T/\mu)^{1/2}$

Για το επόμενο ερώτημα, ίδετε βιβλίο Pain.
6.
(α) Βλέπετε για τη λυση στο Βιβλιο Pain, σελ. 22-23 ή για την εναλλακτική μέθοδο σελ. 31
(β) ¨Εχουμε επαλληλία 10 κυμάτων με το **ίδιο** περίπου πλάτος που όπως στο προηγούμενο ερώτημα δίνουν συνολικό πλάτος

$y_0\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$, όπου $\delta=k\Delta r=(2\pi/\lambda)f\sin\theta$

Αρα, $I\propto y_0^2\frac{\sin^2(N\pi f\sin\theta/\lambda)}{\sin^2(\pi f\sin\theta/\lambda)}$
Η σχέση αυτή δίνει το $I(\theta)$
(προσοχή στην αιτιολόγιση. Δεν δίνουμε κατ ευθείαν ένα τελικό τύπο)
(γ) **Λύση**

$\lambda/\Delta\lambda=nN\rightarrow \Delta\lambda=$….0.0072 nm

$f \sin\theta = n\lambda$

Πρέπει όμως $\sin\theta = n\lambda/f < 1 \rightarrow n < f/\lambda = (W/N)/\lambda$ Με τα δεδομένα προκύπτει πως μόνο το n=1 είναι επιτρεπτό…