ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ - ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ, ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2015

Γράψτε και τα 3 θέματα. Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες — Ι. Ράπτης, Ν. Τράκας

Θέμα 1ο.(50) Κυλινδρικός πυκνωτής αποτελείται από δύο ομόκεντρους κυλινδρικούς μεταλλικούς φλοιούς, ακτίνων R_1 και R_2 ($> R_1$), αμελητέου πάχους και πολύ μεγάλου μήκους L, σε σχέση με τις ακτίνες τους. Ο εσωτερικός φλοιός είναι συνδεδεμένος σε σταθερό δυναμικό, $V_1 = V_0$, και ο εξωτερικός φλοιός είναι γειωμένος, $V_2 = 0$. Ο χώρος μεταξύ των φλοιών είναι πλήρης με γραμμικό διηλεκτρικό υλικό του οποίου η σχετική διηλεκτρική "σταθερά" μεταβάλλεται με κυλινδρικά συμμετρικό τρόπο, σύμφωνα με τη σχέση $\epsilon_r = \sqrt{R_1 R_2}/r_\perp$, όπου $r_\perp$ η κάθετη απόσταση από τον άξονα συμμετρίας του πυκνωτή. (α) Θεωρήστε ότι ο εσωτερικός αγώγιμος φλοιός έχει επιφανειακή πυκνότητα ελεύθερων φορτίων σ_{1f} και υπολογίστε το διάνυσμα της ηλεκτρικής μετατόπισης $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{r})$ μεταξύ των φλοιών του πυκνωτή, συναρτήσει της σ_{1f}. (β) Υπολογίστε το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r})$ μεταξύ των φλοιών του πυκνωτή, συναρτήσει της σ_{1f}. (γ) Με βάση την απάντηση του ερωτήματος (β) και τη δοσμένη διαφορά δυναμικού μεταξύ των φλοιών, υπολογίστε την επιφανειακή πυκνότητα ελεύθερων φορτίων σ_{1f}, συναρτήσει των (R_1, R_2, V_0). (δ) Αν Q_{1f}, Q_{2f} είναι το ελεύθερο φορτίο του εσωτερικού και του εξωτερικού φλοιού, αντίστοιχα, εξηγείστε γιατί $Q_{1f} = -Q_{2f}$ και υπολογίστε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, $C \equiv |Q_f|/\Delta V$, συναρτήσει των (R_1, R_2). (ε) Υπολογίστε την πόλωση του διηλεκτρικού $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{r})$, τις πυκνότητες δέσμιων φορτίων, $\sigma_{1b}, \sigma_{2b}, \rho_b$, και το συνολικό δέσμιο φορτίο. (Χρήσιμες σχέσεις: $\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{P} = (\epsilon_r - 1)\epsilon_0 \mathbf{E}$ και σε κυλινδρικές συντεταγμένες ισχύει: $\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{r_\perp}\frac{\partial (r_\perp F_{r_\perp})}{\partial r_\perp} + \frac{1}{r_\perp}\frac{\partial F_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$)

Θέμα 2ο.(30) Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα στο κενό έχει τη μορφή

$$\mathbf{E} = (E_1(x,y), E_2(x,y), 0)e^{ikz-i\omega t}, \quad \mathbf{B} = (B_1(x,y), B_2(x,y), 0)e^{ikz-i\omega t}$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του Maxwell, δείξτε ότι ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις

$$\frac{\partial B_1}{\partial y} = \frac{\partial B_2}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_1}{\partial y} = \frac{\partial E_2}{\partial x}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\omega B_1 = -kE_2, \quad \omega B_2 = kE_1, \quad kB_2 = \frac{\omega}{c^2}E_1, \quad kB_1 = -\frac{\omega}{c^2}E_2$$

και ότι επίσης $\omega = kc$. Δείξτε τέλος ότι τα E και B είναι κάθετα.

Θέμα 3ο.(30) Αγώγιμο λεπτό σύρμα σχηματίζει περιφέρεια κύκλου ακτίνας r και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$ κάθετο στο επίπεδο του κύκλου. Αν η ακτίνα της περιφέρειας που σχηματίζει το σύρμα αυξάνει γραμμικά με το χρόνο, $r(t) = at$ (θεωρώντας ότι σε κάθε χρονική στιγμή παραμένει κύκλος), και η διατομή του σύρματος παραμένει πάντα σταθερή, δείξτε ότι η τιμή του αναπτυσσόμενου ηλεκτρικού ρεύματος, λόγω επαγωγής, στο σύρμα είναι σταθερή. Δίνεται η ειδική αντίσταση ρ του υλικού του σύρματος και η διατομή του s.