ΣΧΟΛΗ Ε.Μ.Φ.Ε. Ε.Μ.Π. - ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΚΑΙ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΙΙ
9^{ο} ΕΞΑΜΗΝΟ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ 2013-14
24 Μαρτίου 2014
Διδάσκοντες: Θ. Αλεξόπουλος, Σ. Μαλτέζος, Γ. Τσιπολίτης

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα 1^{ο}

Τα αρμονικά σήματα $\upsilon_1 = V_1 \cos\omega_1 t + V_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ και $\upsilon_2 = -V_1 \cos\omega_1 t + V_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ εφαρμόζονται στις εισόδους ($+$ και $-$) ενός διαφορικού τελεστικού ενισχυτή, όπου το σήμα συχνότητας ω_1 αποτελεί το χρήσιμο σήμα ενώ το σήμα συχνότητας ω_2 αποτελεί μια ανεπιθύμητη παρεμβολή.

α) Αν $V_1 / V_2 = 5$, να βρείτε την ελάχιστη απαιτούμενη τιμή του *Λόγου Απόρριψης Κοινού Τρόπου* (CMMR), ρ (σε dB), ώστε το σήμα παρεμβολής να συνεισφέρει στην έξοδο του διαφορικού ενισχυτή κατά 0.01 % σε σχέση με το σήμα.

β) Αν χρησιμοποιούσαμε και μια δεύτερη βαθμίδα ενίσχυσης (με διαφορικό τελεστικό ενισχυτή) με εισόδους την προηγούμενη έξοδο $\upsilon_1^{(2)} = \upsilon_0^{(1)}$ και την αντίθετή της $\upsilon_2^{(2)} = -\upsilon_0^{(1)}$, υποθέτοντας ότι το σήμα της παρεμβολής θα υπερτίθετο και πάλι στις δύο εισόδους του, εκτιμήστε την τιμή του απαιτούμενου *CMRR* του ενισχυτή ώστε να διατηρηθεί ο βαθμός συνεισφοράς του σήματος παρεμβολής ως προς το χρήσιμο σήμα στη δεύτερη έξοδο $\upsilon_0^{(2)}$.

Δίνονται: $\upsilon_0 = A_d \upsilon_d + A_c \upsilon_c$, $CMRR \equiv \rho \equiv \left|\frac{A_d}{A_c}\right|$, $\upsilon_d = \upsilon_1 - \upsilon_2$, $\upsilon_c = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$, όπου $A_d \equiv \left.\frac{\upsilon_0}{\upsilon_d}\right|_{\upsilon_c = 0}$, $A_c \equiv \left.\frac{\upsilon_0}{\upsilon_c}\right|_{\upsilon_d = 0}$ είναι οι απολαβές διαφορικού και κοινού τρόπου του ενισχυτή αντίστοιχα. Η γενική σχέση $\upsilon_0 = A_d \upsilon_d + A_c \upsilon_c$ για αρμονικά σήματα αναφέρεται στα πλάτη (ή μέτρα αν χρησιμοποιούνται φάσορες).

Λύση

α)

$$\upsilon_1 = V_1 \cos\omega_1 t + V_2 \cos\omega_2 t$$
$$\upsilon_2 = -V_1 \cos\omega_1 t + V_2 \cos\omega_2 t$$
$$\upsilon_d = \upsilon_1 - \upsilon_2 = 2V_1 \cos\omega_1 t$$
$$\upsilon_c = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} = V_2 \cos\omega_2 t$$
$$\upsilon_0 = A_d \upsilon_d + A_c \upsilon_c = A_d \upsilon_d \left(1 + \frac{1}{\rho}\frac{\upsilon_c}{\upsilon_d}\right)$$

Χρησιμοποιώντας φάσορες:

$$V_0 = 2A_d V_1 \left(1 + \frac{1}{\rho}\frac{V_2}{2V_1}\right) = 2A_d V \left(1 + \frac{1}{2\rho}\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Θέλουμε, $\frac{1}{2\rho}\frac{V_2}{V_1} = 0.0001 \Rightarrow \rho = \frac{V_2 / V_1}{2 \times 0.0001} = \frac{1/5}{2 \times 0.0001} = \frac{1}{10 \times 0.0001} = 1000 \Rightarrow \rho = 20\log 10^3 = 60 \text{ dB}$

β)

$$\upsilon_0^{(1)} = A_d\upsilon_d^{(1)} + A_c\upsilon_c^{(1)} \Rightarrow \upsilon_0 = A_d\upsilon_d^{(1)}\left(1+\frac{\upsilon_c^{(1)}}{\upsilon_d^{(1)}}\frac{1}{\rho}\right)$$

$$\upsilon_0^{(2)} = A_d\upsilon_d^{(2)} + A_c\upsilon_c^{(2)}$$

$$\upsilon_d^{(2)} = \upsilon_0^{(1)} - \left(-\upsilon_0^{(1)}\right) = 2\upsilon_0^{(1)}$$

$$\upsilon_c^{(2)} = \upsilon_c^{(1)}$$

$$\upsilon_0^{(2)} = A_d\upsilon_d^{(2)} + A_c\upsilon_c^{(2)} = 2A_d^{(2)}\left(A_d\upsilon_d^{(1)} + A_c\upsilon_c^{(1)}\right) + A_c^{(2)}\upsilon_c^{(1)} = 2A_d^{(2)}A_d\upsilon_d^{(1)} + 2A_d^{(2)}A_c\upsilon_c^{(1)} + A_c^{(2)}\upsilon_c^{(1)} =$$

$$= 2A_d^{(2)}A_d\upsilon_d^{(1)} + 2A_d^{(2)}A_c\upsilon_c^{(1)} + A_c^{(2)}\upsilon_c^{(1)} = 2A_d^{(2)}A_d\upsilon_d^{(1)}\left(1+\frac{A_c}{A_d}\frac{\upsilon_c^{(1)}}{\upsilon_d^{(1)}} + \frac{1}{A_d}\frac{A_c^{(2)}}{A_d^{(2)}}\frac{\upsilon_c^{(1)}}{\upsilon_d^{(1)}}\right) =$$

$$= 4A_d^{(2)}A_dV_1\left(1+\frac{1}{\rho}\frac{V_2}{2V_1} + \frac{1}{A_d}\frac{1}{\rho_2}\frac{V_2}{2V_1}\right) = 4A_d^{(2)}A_dV_1\left(1+10^{-4}+\frac{1}{5A_d\rho_2}\right) \Rightarrow$$

$$10^{-4} + \frac{1}{5A_d\rho_2} = 10^{-4} + 10^{-4} \Rightarrow \frac{1}{5A_d\rho_2} = 10^{-4} \Rightarrow \rho_2 = \frac{1}{5\times 10^{-4}A_d}$$

Για $A_d = 1 \Rightarrow \rho_{2,\max} = 2\times 10^3$

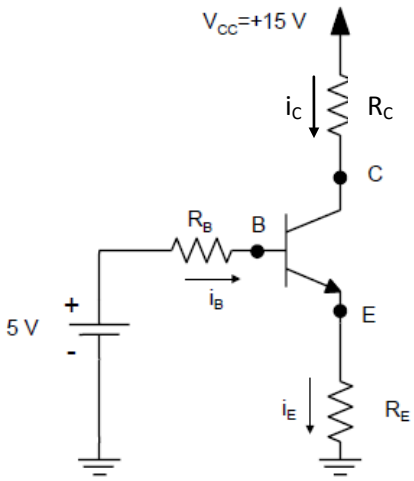
Για $A_d = 2 \Rightarrow \rho_2 = 10^3$, τιμή ίση με το ρ της πρώτης βαθμίδας. Επομένως, μπορούμε να πούμε ότι το απαιτούμενο ρ_2 θα πρέπει να είναι τουλάχιστον της τάξης του ρ_1 αφού η ενίσχυση διαφορικού τρόπου A_d κατά κανόνα θα είναι $A_d > 1$.

<u>**Θέμα 2ο**</u>

Στο εικονιζόμενο ηλεκτρονικό κύκλωμα έστω ότι επιθυμείτε να δεσμεύσετε το ρεύμα συλλέκτη I_C ώστε να παίρνει τιμές στο διάστημα [4,5] mA όταν το β του τρανζίστορ παίρνει αντίστοιχα τιμές στο διάστημα [100,300].

α) Βρείτε τις κατάλληλες τιμές των R_B και R_E έχοντας ως δεδομένο ότι το τρανζίστορ λειτουργεί στην ενεργό περιοχή και $\upsilon_{BE} = 0,7$ V.

β) Με βάση την απάντηση του (α), βρείτε το I_C για το μέσον του παραπάνω διαστήματος του β (δηλαδή για $\beta = 200$) και στη συνέχεια βρείτε τη μεταβολή του I_C σε mA για μοναδιαία ολική μεταβολή του β κάνοντας την προσέγγιση $\beta + 1 \approx \beta$.



<u>Λύση</u>

α)

Εφαρμόζουμε τον ΝΤΚ στο κύκλωμα εισόδου (Βάσης-Εκπομπού):

$$5 = I_B R_B + V_{BE} + I_E R_E$$

Το τρανζίστορ διαπιστώνουμε ότι λειτουργεί στην ενεργό περιοχή αφού τόσο η δίοδος βάσης-εκπομπού είναι ορθά πολωμένη και η δίοδος βάσης-συλλέκτη ανάστροφα πολωμένη. Το δεδομένο μάλιστα $V_{BE} = 0,7$ V υποδηλώνει τουλάχιστο το πρώτο χαρακτηριστικό.

αλλά, $I_E = I_C \dfrac{\beta+1}{\beta}$ και $I_B = \dfrac{I_C}{\beta}$

Από τις παραπάνω σχέσεις γράφουμε την εξίσωση:

$$4,3 = R_B \frac{I_C}{\beta} + R_E I_C \frac{\beta+1}{\beta}$$

Με $I_C = 4\,\text{mA}$ και $\beta = 100 \Rightarrow 4,3 = 0,04R_B + 4,04R_E$

Με $I_C = 5\,\text{mA}$ και $\beta = 300 \Rightarrow 4,3 = 0,01667R_B + 5,017R_E$

Επιλύοντας το σύστημα των παραπάνω εξισώσεων λαμβάνουμε:

$$R_E = 752\ \Omega,\ R_B = 31,5\ \text{k}\Omega$$

β)

Από την εξίσωση που βρήκαμε στο ερώτημα (α) έχουμε:

$$4,3 = R_B \frac{I_C}{\beta} + R_E I_C \frac{\beta+1}{\beta} \Rightarrow I_C = \frac{4,3}{R_B/\beta + (\beta+1)R_E/\beta} \approx \frac{4,3\beta}{R_B + \beta R_E}$$

Για $\beta = 200$ έχουμε $I_C = 4,728\,\text{mA}$

Για $\beta = 201$ έχουμε $I_C = 4,732\,\text{mA}$

Επομένως,

$$\Delta I_C = I_C(\beta+1) - I_C(\beta) = I_C(201) - I_C(200) = 4,728 - 4,732 = 4\times10^{-4}\ \text{mA} = 0,4\,\mu\text{A}$$

Θέμα 3ο

I) Να αποδείξετε την ισχύ του θεωρήματος, $f(x)=\overline{x}\cdot f(0)+x\cdot f(1)$ και ότι η έκφραση, $f(x)=\left[x+f(0)\right].\left[\overline{x}+f(1)\right]$ είναι ισοδύναμη με την πρώτη. Με βάση αυτό, να αναπτύξετε, μέσω άλγεβρας Boole, την έκφραση*, $f(x_0,x_1)=\overline{x}_0\cdot f(0,x_1)+x_0\cdot f(1,x_1)$ και να κάνετε ένα σχολιασμό για το τι παριστάνει η προκύπτουσα μορφή. Οι $f(x)$ και $f(x_0,x_1)$ είναι λογικές συναρτήσεις μιας και δύο μεταβλητών αντίστοιχα.

II) Να σχεδιάστε ένα λογικό κύκλωμα ελάχιστου αριθμού πυλών το οποίο να δέχεται ως εισόδους τέσσερεις λογικές μεταβλητές, *A*, *B*, *C* και *D* και να παρέχει τρεις εξόδους Y_1, Y_2 και Y_3 ως εξής: Η Y_1 να είναι ίση με «1» όταν υπάρχει πλειοψηφία μεταξύ των εισόδων, η Y_2 όταν υπάρχει μειοψηφία και η Y_3 όταν υπάρχει ισοψηφία. Για το σχεδιασμό του κυκλώματος μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια από τις παρακάτω εναλλακτικές μεθόδους:
α) Να απλοποιήσετε τις προκύπτουσες λογικές συναρτήσεις μέσω χαρτών Karnaugh ώστε να καταστούν ελάχιστες και στη συνέχεια να σχεδιάσετε το συνολικό λογικό κύκλωμα με χρήση λογικών πυλών.
β) Να χρησιμοποιήσετε για τις εξόδους Y_1 και Y_2, δύο πολυπλέκτες 8-σε-1 (8 εισόδων, I_0, I_1, …, I_7 και μιας εξόδου, όπου για παράδειγμα οι *A*, *B* και *C* εφαρμόζονται στη «διεύθυνση» ενώ η «υπόλοιπη» μεταβλητή *D* εφαρμόζεται κατάλληλα στις εισόδους) ενώ για την έξοδο Y_3 να χρησιμοποιήσετε μόνο λογικές πύλες.

Λύση

I)

Για την πρώτη έκφραση κατασκευάζουμε τον πίνακα αληθείας ελέγχοντας την ισχύ της τελευταίας στήλης. Διαπιστώνουμε ότι ισχύει το θεώρημα.

x	$\overline{x}\cdot f(0)$	$x\cdot f(1)$	$f(x)$
0	$f(0)$	0	$f(0)$
1	0	$f(1)$	$f(1)$

Το ίδιο κάνουμε και για τη δεύτερη έκφραση κατασκευάζοντας τον αντίστοιχο πίνακα αληθείας και διαπιστώνουμε ότι επίσης ισχύει το θεώρημα και σε αυτήν τη μορφή.

x	$x+f(0)$	$\overline{x}+f(1)$	$f(x)$
0	$f(0)$	1	$f(0)$
1	1	$f(1)$	$f(1)$

Μπορούμε εναλλακτικά να βασιστούμε στο δυϊσμό (duality): Η δεύτερη σχέση $f(x)=\left[x+f(0)\right].\left[\overline{x}+f(1)\right]$ με αναστροφή γράφεται:
$\overline{f}(x)=\overline{x}\cdot\overline{f}(0)+x\cdot\overline{f}(1)$
Αφού ισχύει για τη συνάρτηση $\overline{f}(x)$ θα ισχύει και για την οποιαδήποτε συνάρτηση $f(x)$, δηλαδή
$f(x)=\overline{x}\cdot f(0)+x\cdot f(1)$
Για τη συνάρτηση δύο μεταβλητών έχουμε:
$f(x_0,x_1)=\overline{x}_0\cdot f(0,x_1)+x_0\cdot f(1,x_1)=\overline{x}_0\cdot\left[\overline{x}_1\cdot f(0,0)+x_1\cdot f(0,1)\right]+x_0\cdot\left[\overline{x}_1\cdot f(1,0)+x_1\cdot f(1,1)\right]=$
$=\overline{x}_0\overline{x}_1\cdot f(0,0)+\overline{x}_0x_1\cdot f(0,1)+x_0\overline{x}_1\cdot f(1,0)+x_0x_1\cdot f(1,1)=m_0\cdot f(0,0)+m_1\cdot f(0,1)+$
$m_2\cdot f(1,0)+m_3\cdot f(1,1)$

Σχολιασμός:

Η λογική συνάρτηση δύο μεταβλητών $f(x_0, x_1)$ μπορεί να αναπτυχθεί ως άθροισμα γινομένων του κάθε ελάχιστου όρου (m_i) και της τιμής της συνάρτησης (για τον αντίστοιχο συνδυασμό των μεταβλητών για τον ελάχιστο όρο). Επομένως, η συνάρτηση θα είναι ίση με το άθροισμα μόνο των ελαχίστων όρων για τους οποίους έχει τιμή ίση με 1. Η μορφή αυτή είναι η κανονική μορφή *αθροίσματος γινομένων* (SOP) με χρήση ελαχίστων όρων, ενώ αντίστοιχα υπάρχει και η κανονική μορφή *γινομένου αθροισμάτων* (POS) με χρήση μεγίστων όρων. Αποτελεί δε το βασικό θεώρημα ανάπτυξης λογικών συναρτήσεων για τη μορφή ελαχίστων όρων (θεώρημα του Shannon).

ΙΙ-α)

Κατασκευάζουμε τον πίνακα αληθείας και σημειώνουμε τις επιθυμητές τιμές των εξόδων σε κάθε περίπτωση:

A	B	C	D	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0

Χάρτες Karnaugh για τις δύο από τις τρεις εξόδους:

CD A B	00	01	11	10
00				
01			1	
11		1	1	1
10			1	

$$Y_1 = ABD + BCD + ACD + ABC$$

CD A B	00	01	11	10
00	1	1		1
01	1			
11				
10	1			

$$Y_2 = \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{D}$$

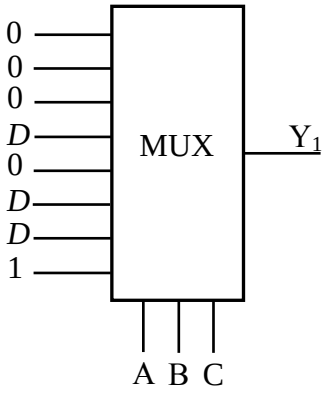
$$Y_3 = \overline{Y_1 + Y_2} = \bar{Y}_1\bar{Y}_2$$

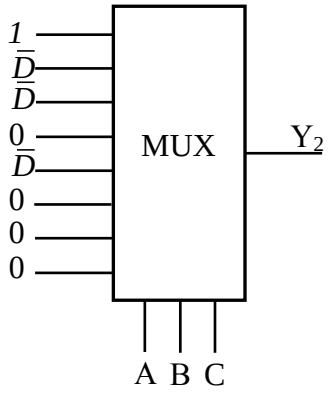
Τα λογικά κυκλώματα σχεδιάζονται με βάση τις αναφερόμενες λογικές πύλες και με χρήση αναστροφέων για τις συμπληρωματικές τιμές των μεταβλητών.

ΙΙ-β)

A	B	C	D	I_i^1	I_i^2
0	0	0	0	0	$\bar{D}+D$
0	0	0	1		
0	0	1	0	0	$\bar{D}$
0	0	1	1		
0	1	0	0	0	$\bar{D}$
0	1	0	1		
0	1	1	0	D	0
0	1	1	1		
1	0	0	0	0	$\bar{D}$
1	0	0	1		
1	0	1	0	D	0
1	0	1	1		
1	1	0	0	D	0
1	1	0	1		
1	1	1	0	$\bar{D}+D$	0
1	1	1	1		

i	A	B	C	I_i^1	I_i^2
0	0	0	0	0	$D+\bar{D}$
1	0	0	1	0	$\bar{D}$
2	0	1	0	0	$\bar{D}$
3	0	1	1	D	0
4	1	0	0	0	$\bar{D}$
5	1	0	1	D	0
6	1	1	0	D	0
7	1	1	1	$D+\bar{D}$	0





$$Y_3 = \overline{Y_1 + Y_2} = \overline{Y}_1\overline{Y}_2$$