**Βασικές Σχέσεις Φυσικής των Ημιαγωγών και των Ημιαγώγιμων Διατάξεων**

Συντελεστής απορρόφησης (άμεσο ενεργειακό χάσμα) : $\alpha \approx \left(\hbar\omega - E_{g,d}\right)^{1/2}, \hbar\omega \geq E_{g,d}$

Συντελεστής απορρόφησης (έμμεσο ενεργειακό χάσμα) : $\alpha \approx \left(\hbar\omega - E_{g,ind}\right)^{2}, \hbar\omega \geq E_{g,ind}$

Στοιχεία τανυστή της ενεργού μάζας ηλεκτρονίου : $\left(\frac{1}{m^*(\vec{k}_0)}\right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E_c}{\partial k_i \partial k_j}\Big|_{\vec{k}_o}$

Σχέση υπολογισμού της ενεργού μάζας ελαφρών οπών ($lh$) και βαρέων οπών ($hh$)

$$E_{v,lh(hh)}\left(\vec{k}\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=x,y,z}\frac{\partial^2 E_{v,lh(hh)}}{\partial k_i^2}\Big|_{\vec{k}_o}(k_i - k_{0i})^2 = \hbar^2\frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{2m^*_{lh(hh)}}$$

Ενεργειακές στάθμες εξιτονίου, ως προς το μέγιστο της ζώνης σθένους :

$$E_{ex} = E_g - \frac{g}{n^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2(m_e + m_h)},$$ όπου $E_g$=ενεργειακό χάσμα υλικού, n=1, 2, 3, ..

και : $g = \left(\frac{\mu}{\varepsilon^2}\right)\left(\frac{e^4}{2\hbar^2}\right) = \left(\frac{\mu}{\mu_H \varepsilon_r^2}\right)E_H$, $\mu = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h}$, $E_H$=13.6 eV, $\mu_H$=ανηγμένη μάζα Η

Πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων ηλεκτρονίων, σε τρείς διαστάσεις :

$$g_n(E) \equiv 2\frac{dN(E, E+dE)}{dE} = \frac{1}{2\pi^2}\frac{(2m_e^*)^{3/2}}{\hbar^3}\left(E - E_{c,\min}\right)^{1/2}$$

Ενεργός μάζα πυκνότητας καταστάσεων ηλεκτρονίων: $m^{*3}_{e,DoS} = M^2(m_t^{*2} m_l^*)$

$M$ = αριθμός ισοδυνάμων ελαχίστων της ζώνης αγωγιμότητας

$m_{t(l)}$ = εγκάρσια ($t$), διαμήκης ($l$) μάζα ηλεκτρονίων, σε καθένα από τα $M$ ελάχιστα

Πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων οπών, σε τρείς διαστάσεις :

$$g_p(E) \equiv 2\frac{dV_p(E, E+dE)}{h^3 dE} = \frac{(2m^*_{h.DoS})^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}\sqrt{-E}, \qquad m^*_{h,DoS} = \left(m^{*3/2}_{hh} + m^{*3/2}_{lh}\right)^{2/3}$$

Συγκέντρωση (ελευθέρων) ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας: $n = \int_{E_{c,\min}}^{E_{c,\max}} g_n(E) f_{n,F-D}(E)dE$

Συγκέντρωση οπών στη ζώνη σθένους $p = \int_{E_{v,\min}}^{E_{v,\max}} g_p(E) f_{p,F-D}(E)dE = \int_{E_{v,\min}}^{E_{v,\max}} g_p(E)[1 - f_{n,F-D}(E)]dE$

όπου, $g_{n(p)}$: πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων ηλεκτρονίων (οπών)

και, $f_{n(p),F\text{-}D}$: ενεργειακή κατανομή Fermi-Dirac ηλεκτρονίων (οπών)

$$f_{F-D,T}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kt}} + 1}, \qquad f_{F-D,T}(E_F) = 1/2$$

$$p = 2\left(\frac{m^*_{p,DoS}kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right), \quad n = 2\left(\frac{m^*_{n,Dos}kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

Ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στη ζώνη αγωγιμότητας: $N_{C,eff} = 2\left(\frac{m^*_{n,DoS}kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$

Ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στη ζώνη σθένους: $N_{V,eff} = 2\left(\frac{m^*_{p,DoS}kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$

Ενδογενής στάθμη Fermi: $E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m^*_{h,DoS}}{m^*_{e,DoS}}\right) \equiv E_i$

Ενδογενείς συγκεντρώσεις φορέων:

$$n_i = p_i = 2\left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \left(m_e^* m_h^*\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{(E_C - E_V)}{2kT}\right) = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

Νόμος δράσης των μαζών: $n \cdot p = N_C N_V \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = n_i^2$

Ενδοχασματικές ενεργειακές στάθμες (ηλεκτρονίων) λόγω προσμείξεων (δοτών) (σύμφωνα με την προσέγγιση υδρογονοειδούς ατόμου, στο μοντέλο του Bohr):

$$r_n = \varepsilon_r \frac{m_e}{m_e^*} \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} n^2 = \varepsilon_r \frac{m_e}{m_e^*} a_0 = \varepsilon_r \frac{m_e}{m_e^*}(0.5A^0)$$

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{m_e^* e^4}{\varepsilon_r^2 (4\pi\varepsilon_0\hbar)^2} \frac{2}{n^2} = \left(-\frac{1}{2} \frac{me^4}{(4\pi\varepsilon_0\hbar)^2} \frac{1}{n^2}\right) \frac{m_e^*}{m_e} \frac{1}{\varepsilon_r^2} = \left(-\frac{13.6eV}{n^2}\right) \frac{m_e^*}{m_e} \frac{1}{\varepsilon_r^2}$$

με επίπεδο αναφοράς το ελάχιστο της ζώνης αγωγιμότητας.

Συγκέντρωση διηγερμένων δοτών:

$$N_D^+ = N_D - N_D^0 = N_D - \frac{N_D}{1 + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

Συγκέντρωση διηγερμέων αποδεκτών :

$$N_A^- = N_A - N_A^0 = N_A - \frac{N_A}{1 + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{E_F - E_A}{kT}\right)} = \frac{N_A}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_F - E_A}{kT}\right)}$$

Στάθμες Fermi, στην προσέγγιση του πλήρους ιονισμού, για εξωγενείς ημιαγωγούς τύπου $n$ (συγκέντρωση φορέων $n_n$), ή τύπου $p$ (συγκέντρωση φορέων $p_p$) :

$$E_F = E_C - kT \ln\left[N_C / n_n\right], \qquad E_F = E_V + kT \ln\left[N_V / p_p\right]$$

Ευκινησία φορέων: $\mu \equiv \upsilon_{o\rho}/E = e\tau/m^*$, $m^*$=ενεργός μάζα αγωγιμότητας,
μέσος ελεύθερος χρόνος: $\tau \approx \bar{l} / \upsilon_{th} \approx 10^{-12} s$ ,

μέση ελεύθερη διαδρομή: $\bar{l} \approx 10^{-5} cm = 10^3 \overset{o}{\mathrm{A}}$
μέση θερμική ταχύτητα φορέων (σε T=300K): $\upsilon_{th} \approx 10^7$ cm/s
Συνολική αγωγιμότητα λόγω ηλεκτρονίων ($n$) και οπών ($h$): $\sigma = \sigma_e + \sigma_h = |e|(n\mu_e + p\mu_h)$
Μέσος ελεύθερος χρόνος σε κρύσταλλο άπειρης έκτασης, χωρίς πλεγματικές ατέλειες

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{phonon}} + \frac{1}{\tau_{ionized\ dopants}} = AT^{3/2} + BT^{-3/2}$$

Πυκνότητα ρεύματος αγωγιμότητας : $\vec{j} = \frac{6e^2 n^{(v)} \tau}{m_{\alpha\gamma\omega\gamma}} \vec{E} = \frac{e^2 n\tau}{m_{\alpha\gamma\omega\gamma}} \vec{E}$ , και

Ενεργός μάζα αγωγιμότητας : $\left(\frac{1}{m}\right)_{\alpha\gamma\omega\gamma} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}\right)$

Συνολικό ρεύμα (αγωγιμότητας και διάχυσης) ηλεκτρονίων : $J_n = |e|\left[n\mu_n E + D_n \frac{dn}{dx}\right]$

Συνολικό ρεύμα (αγωγιμότητας και διάχυσης) ηλεκτρονίων : $J_p = |e|\left[ p\mu_p E - D_p \frac{dp}{dx} \right]$

Σχέση Einstein : $\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e}$

Σχέση συγκέντρωσης φορέων σε στάσιμη κατάσταση μη-θερμοδυναμικής ισσοροπίας και αντίστοιχης ψευδοστάθμης Fermi (Imref), με τις αντίστοιχες ενδογενείς παραμέτρους:

$n_{\Sigma K-\mu\Theta I} = n_i e^{\frac{E_{F_n}-E_i}{kT}}$ , $p_{\Sigma K-\mu\Theta I} = p_i e^{\frac{E_i-E_{F_p}}{kT}}$

Ηλεκτρικό Πεδίο λόγω ανομοιογενούς συγκέντρωσης φορέων σε θερμοδυναμική ισορροπία:

$$E(x) = \frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{n(x)} \cdot \frac{dn(x)}{dx}$$

Διαφορά δυναμικού λόγω διαφορετικής συγκέντρωσης φορέων, σε θερμοδυναμική ισορροπία

$$V_2 - V_1 = \frac{kT}{q} \ln\left( n_2 / n_1 \right)$$

Εξισώσεις συνέχειας για φορείς μειονότητας, σε περίπτωση χαμηλής έγχυσης φορέων

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -p_n \mu_p \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \right) - \mu_p \vec{E} \cdot \vec{\nabla} p_n + D_p \nabla^2 p_n + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n_p \mu_n \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \right) + \mu_n \vec{E} \cdot \vec{\nabla} n_p + D_n \nabla^2 n_p + G_p - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}$$

Επαφή Schottky σε ευθεία (+) και σε ανάστροφη (-) πόλωση : $J = J_0 \left[ e^{\pm \frac{eV}{kT}} - 1 \right]$

Εσωτερικό Δυναμικό επαφής p-n : $V_n - V_p = \frac{kT}{q} \ln\left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) \equiv V_0$

Πλάτος περιοχής απογύμνωσης : $w_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}\left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} = \sqrt{\frac{2\varepsilon kT}{q^2}\left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \ln\left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)}$

Μήκη απογύμνωσης ανά περιοχή : $x_{p0} = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}\left( \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)} \right)}$, $x_{n0} = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}\left( \frac{N_A}{N_D(N_A + N_D)} \right)}$

Χαρακτηριστική ρεύματος –τάσης, σε επαφή p-n:

$$J = J_{p_n}(x_n) + J_{n_p}(-x_p) = \left[ qp_{n0}\sqrt{\frac{D_{p_n}}{\tau_{p_n}}} + qn_{p0}\sqrt{\frac{D_{n_p}}{\tau_{n_p}}} \right] \left( \exp\left[ \frac{qV}{kT} \right] - 1 \right)$$

$$\left[ qp_{n0}\sqrt{\frac{D_{p_n}}{\tau_{p_n}}} + qn_{p0}\sqrt{\frac{D_{n_p}}{\tau_{n_p}}} \right] \equiv J_S \quad (\textit{ρεύμα κορεσμού})$$

Φορτίο ηλεκτρονίου: $e=1{,}6\times10^{-19}$ C, Μάζα ηλεκτρονίου: $m_0=0{,}91\times10^{-30}$ kg

Σταθερά Boltzmann: $k=1{,}38\times10^{-23}$ J/K, Σταθερά Planck: $h = 6{,}62\times10^{-34}$ Js

1 eV = $1{,}6\times10^{-19}$ J ≈ 23 kcal/mol, E(eV) · λ (μm) = 1,24 eV·μm

Διηλεκτρική σταθερά του κενού: $\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}$ F/m = $8{,}85\times10^{-12}$ $C^2N^{-1}m^{-2}$,