ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ – ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2008-09
Ημιαγωγοί και Ημιαγώγιμες Δομές (7^{ο} Εξάμηνο)
Απαντήσεις στην 2^{η} Σειρά ασκήσεων

1. α) Αν υποθέσουμε ότι δύο ημιαγώγιμα υλικά, όπως τα Si και Ge, έχουν περίπου ίδιες τιμές πλεγματικής σταθεράς και περίπου ίδιες τιμές για την ενεργό μάζα των ηλεκτρονίων, αλλά διαφορετικές τιμές σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς, (ε_r(Si)=12, ε_r(Ge)=16), για τις προσμείξεις τίνος υλικού περιμένετε να ισχύει καλύτερα το απλό μοντέλο ενός υδρογονειδούς ατόμου του Bohr.
β) Ενας στοιχειακός ημιαγωγός, όπως οι παραπάνω, έχει πυκνότητα ενδογενών ηλεκτρονίων, σε θερμοκρασία δωματίου, $n_i=10^{11}$ cm^{-3}. Στον ημιαγωγό αυτόν προσθέτουμε ομοιόμορφα κατανεμημένες προσμείξεις, τύπου «δότες», με συγκέντρωση, $N_D=3\times10^{16}$ cm^{-3}, και τύπου «αποδέκτες», με συγκέντρωση $N_A=8\times10^{16}$ cm^{-3}. Να υπολογισθούν, σε θερμοκρασία δωματίου, οι συγκεντρώσεις ηλεκτρονίων (n) και οπών (p), καθώς και η διαφορά E_F-E_V, του επιπέδου Fermi από την κορυφή της ζώνης σθένους, αν το ενεργειακό χάσμα του υλικού είναι 0.8 eV, και οι ενεργές μάζες πυκνότητας καταστάσεων είναι $m_n^*=m_0$ και $m_p^*=0.5m_0$.

<u>Απάντηση</u>

(α) Το μοντέλο του υδρογονοειδούς μοντέλου του Bohr υποθέτει κίνηση σε δυναμικό Coulomb, το οποίο είναι θωρακισμένο με την σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού, δηλ. προϋποθέτει ότι το ηλεκτρόνιο αντιμετωπίζει το υλικό ως ένα συνεχές διηλεκτρικό μέσο. Επομένως ισχύει τόσο καλύτερα όσο πιο αντιπροσωπευτικό μέσο όρο του υλικού αντιλαμβάνεται το ηλεκτρόνιο, επομένως όσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα του Bohr, δηλ. η τυπική έκταση της θεμελιώδους κατάστασής του.

Η ακτίνα του Bohr δίνεται από τη σχέση $r_n = \varepsilon_r \frac{m_e}{m_e^*}\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}n^2 = \varepsilon_r \frac{m_e}{m_e^*}a_0 = \varepsilon_r \frac{m_e}{m_e^*}(0.5A^0)$,

και αφού οι ενεργές μάζες των δύο υλικών είναι (κατά την εκφώνηση) ίσες, την μεγαλύτερη ακτίνα έχει το Ge με τη μεγαλύτερη σχετική διηλεκτρική σταθερά.

(β) Οι ενδογενείς φορείς είναι $n_i=10^{11}$ cm^{-3}=p_i. Όσον αφορά τις εξωγενείς προσμείξεις, υποθέτοντας κατάσταση ολικού ιονισμού, από τον συνδυασμό των προσμείξεων, $N_D=3\times10^{16}$ cm^{-3}, και $N_A=8\times10^{16}$ cm^{-3}, φαίνεται ότι κυριαρχούν οι προσμείξεις τύπου αποδέκτες, άρα το υλικό, τελικά, έχει φορείς πλειονότητας τύπου $p = N_A - N_D = 5\times10^{16}cm^{-3}$. Τα ηλεκτρόνια είναι φορείς μειονότητας και η συγκέντρωσή τους προκύπτει από το νόμο δράσης των μαζών $n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{10^{22}}{5\times10^6} \Rightarrow n = 2\times10^5 cm^{-3}$

Η διαφορά E_F-E_V, του επιπέδου Fermi από την κορυφή της ζώνης σθένους υπολογίζεται από τη σχέση $p = N_V e^{-\frac{E_F-E_V}{kT}}$, υπό την προϋπόθεση ότι θα υπολογιστεί η ενεργός πυκνότητα καταστάσεων της ζώνης σθένους N_V, η οποία υπολογίζεται από τον συνδυασμό των δεδομένων $\frac{N_V}{N_C} = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{3/2}$ (1) και $n_i^2 = N_V N_C e^{-\frac{E_g}{kT}} \Rightarrow N_V N_C = n_i^2 e^{\frac{E_g}{kT}}$ (2).

Πολλαπλασιάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε $N_V = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{3/2} n_i\, e^{\frac{E_g}{2kT}}$ και, τελικά,

$$E_F - E_V = kT\ln\left(N_V/p\right) = kT\ln\frac{N_V}{N_A - N_D}$$

2. Θεωρήστε γνωστό ότι η συγκέντρωση ατόμων πυριτίου, σε έναν καθαρό κρύσταλλο πυριτίου είναι 5×10^{22} cm^{-3}, η πυκνότητα ενδογενών φορέων σε θερμοκρασία δωματίου $n_i=1.45\times10^{10}$ cm^{-3}, ενώ οι κινητικότητες ηλεκτρονίων και οπών είναι $\mu_e=1350$ $cm^2V^{-1}s^{-1}$ και $\mu_h=450$ $cm^2V^{-1}s^{-1}$, αντίστοιχα.

α) Δείξτε ότι, τόσο στην περίπτωση προσμίξεων τύπου n, (με συγκέντρωση N_D), όσο και (ανεξάρτητα) στην περίπτωση προσμίξεων τύπου p, (με συγκέντρωση N_A), μπορεί να προσδιορισθεί κατάλληλη συγκέντρωση προσμείξεων, ($N_{D,\text{κρίσιμη}}$= ; , ή $N_{A,\text{κρίσιμη}}$ = ; , αντίστοιχα), για την οποία το υλικό παρουσιάζει ελάχιστη αγωγιμότητα. Ποια είναι η τιμή της ελάχιστης αγωγιμότητας στις δύο περιπτώσεις;

β) Να υπολογιστεί η αντίσταση ενός κύβου $1\times1\times1$ cm^3 πυριτίου σε θερμοκρασία δωματίου όταν είναι: β_1) απολύτως καθαρός, β_2) όταν έχει προσμίξεις αρσενικού (As: της στήλης V του περιοδικού συστήματος) σε αναλογία ατόμων $1/10^9$, β_3) όταν έχει προσμίξεις βορίου (B: της στήλης III του περιοδικού συστήματος) στην ίδια αναλογία ατόμων $1/10^9$, ως προς το πυρίτιο. **[**Σε όλους τους υπολογισμούς να θεωρηθεί ότι έχουμε ολικό ιονισμό προσμείξεων**]**

<u>Απάντηση</u>

(α) Υπολογισμός ελάχιστης αγωγιμότητας : $\sigma = e\left(n\mu_n + p\mu_p\right)$

Προσμείξεις τύπου – n με $n \approx N_D$ και $p = \dfrac{n_i^2}{N_D}$, οπότε $\sigma = e\left(N_D\mu_n + \dfrac{n_i^2}{N_D}\mu_p\right)$

Για το ακρότατο: $\dfrac{d\sigma}{dN_D} = 0 \Rightarrow e\left(\mu_n - \dfrac{n_i^2}{N_D^2}\mu_p\right) = 0 \Rightarrow N_{D,critical} = n_i\sqrt{\mu_p/\mu_n}$.

Όμοια, για προσμείξεις τύπου – p , με $p \approx N_A$, προκύπτει $N_{A,critical} = n_i\sqrt{\mu_n/\mu_p}$

Και στις δύο περιπτώσεις, η ελάχιστη αγωγιμότητα προκύπτει $\sigma_{p,\min} = 2en_i\sqrt{\mu_n\mu_p} = \sigma_{n,\min}$.

(β) για τον υπολογισμό της αντίστασης, έχουμε:

$R = \rho\dfrac{L}{S}, \qquad L = 1cm, \quad S = 1cm^2, \quad \rho = 1/\sigma$, επομένως: $R = \dfrac{1cm^{-1}}{\sigma}$

(β1) στο καθαρό πυρίτιο έχουμε $n = p = n_i$, και αντικαθιστώντας τις τιμές της ενδογενούς συγκέντρωσης και των ευκινησιών, παίρνουμε: $R = 2.4\times10^5\Omega$.

(β2) $[As] = [Si]\times10^{-9} = 5\times10^{22}cm^{-3}\times10^{-9} \Rightarrow [As] = 5\times10^{17}cm^{-3} = n$ και $p = \dfrac{n_i^2}{n} = 420$

Αντικαθιστώντας στη σχέση $\sigma = e\left(n\mu_n + p\mu_p\right)$, παίρνουμε $R = 9.26\times10^{-3}\Omega$

(β3) $[B] = 5\times10^{17}cm^{-3} = p$ και $n = \dfrac{n_i^2}{p} = 420$

Αντικαθιστώντας στη σχέση $\sigma = e\left(n\mu_n + p\mu_p\right)$, παίρνουμε $R = 28\times10^{-3}\Omega$

3. α) Υποθέστε ότι οι ενεργές μάζες πυκνότητας καταστάσεων ηλεκτρονίων και οπών του πυριτίου (Si) και του γερμανίου (Ge) είναι της ίδιας τάξης μεγέθους, τα ενεργειακά τους χάσματα είναι 1.17eV και 0.66eV, αντίστοιχα, και η ενδογενής συγκέντρωση φορέων του πυριτίου σε θερμοκρασία δωματίου είναι n_i=1.5x10^{10}cm^{-3}. Εξηγείστε γιατί προσμείξεις Sb, σε συγκέντρωση 10^{12} cm^{-3}, καθιστούν, σε θερμοκρασία 300K, ημιαγωγό τύπου n το πυρίτιο αλλά όχι το γερμάνιο. β) Υποθέστε ότι έχετε επαφή p-n πυριτίου με συγκεντρώσεις ολικά ιονισμένων προσμείξεων N_A και N_D, αντίστοιχα σε κάθε πλευρά. Εκφράστε την τάση επαφής συναρτήσει του ενεργειακού χάσματος E_g, των συγκεντρώσεων N_A και N_D, των ενεργών μαζών m_n^* και m_p^*, των παγκοσμίων σταθερών e (φορτίο ηλεκτρονίου), k(σταθερά του Bolzmann) και h (σταθερά του Planck), και της θερμοκρασίας T.

<u>Απάντηση</u>

(α) $m_{DoS}^*(Si) \simeq m_{DoS}^*(Ge), \qquad E_g(Si) = 1.17eV, \quad E_g(Ge) = 0.66eV$

Επίσης:

$$n_i(Si, 300K) = \sqrt{N_C(Si)N_V(Si)}e^{-\frac{E_g(Si)}{2kT}} = 1.5\times10^{10}cm^{-3}$$

$$m_{DoS}^*(Si) \simeq m_{DoS}^*(Ge) \Rightarrow N_{C(V)}(Si) = N_{C(V)}(Ge) \Rightarrow \frac{n_i(Ge)}{n_i(Si)} = e^{-\frac{E_g(Ge)-E_g(Si)}{2kT}} \Rightarrow n_i(Ge) = 2.7\times10^{14}cm^{-3}$$

Επομένως:

$$n_i(Si) = 1.5\times10^{10}cm^{-3} << 10^2\ Sb/cm^3 << n_i(Ge) = 2.7\times10^{14}cm^{-3}$$

Άρα, οι προσμείξεις αντιμονίου (Sb) είναι περίπου 100 φορές περισσότερες από τις ενδογενείς προσμείξεις του Si, το οποίο καθιστούν εξωγενή ημιαγωγό τύπου-n, αλλά είναι 100 φορές λιγότερες από τις ενδογενείς προσμείξεις του Ge, ο ο ποίος, επομένως, παραμένει κατά βάση ενδογενείς σε αυτή τη θερμοκρασία.

(β)
$$\left\{V_0 = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{N_AN_D}{n_i^2}\right), \quad n_i^2 = N_CN_Ve^{-\frac{E_g}{kT}}\right\} \Rightarrow V_0 = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{N_AN_D}{N_CN_V}e^{\frac{E_g}{kT}}\right) \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{kT}{e}\left[\ln\left(\frac{N_AN_D}{N_CN_V}\right) + \frac{E_g}{kT}\right] \Rightarrow V_o = \frac{E_g}{e} + \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{N_AN_D}{N_CN_V}\right)$$

Όπου τα $N_{C,}\, N_V$ είναι συναρτήσεις των ενεργών μαζών m_n^* και m_p^*, των παγκοσμίων σταθερών e (φορτίο ηλεκτρονίου), k(σταθερά του Bolzmann) και h (σταθερά του Planck), και της θερμοκρασίας T.

4. Ο λεγόμενος νόμος δράσης των μαζών, $np=n_i^2=N_VN_C\exp(-Eg/kT)$, ισχύει ανεξάρτητα από την προέλευση (ενδογενή ή εξωγενή) των ηλεκτρονίων και των οπών, με συγκεντρώσεις n και p, αντίστοιχα. α) Να υπολογίσετε τις ενδογενείς συγκεντρώσεις ηλεκτρονίων και οπών στο ομογενές πυρίτιο, σε θερμοκρασία 600K, οπότε το ενεργειακό του χάσμα έχει μειωθεί στο 1eV. β) Να υπολογίσετε τις συγκεντρώσεις φορέων, για πυρίτιο με ομογενείς προσμείξεις δοτών και αποδεκτών, σχεδόν ολικά ιονισμένων, ($N_D \approx N_D^+$, και $N_A \approx N_A^-$, αντίστοιχα) όπου $N_D-N_A=\Delta n=(5\times10^{16} - 1\times10^{16})$ cm^{-3}. γ) Να υπολογίσετε την τιμή της στάθμης Fermi, σε θερμοκρασία 600K, ως προς το μέγιστο της ζώνης αγωγιμότητας, για τις περιπτώσεις (α) και (β), αντίστοιχα.

<u>Δίδονται, για το πυρίτιο σε θερμοκρασία δωματίου ($kT\approx26meV$):</u>

Ενεργειακό χάσμα= 1.1 eV, Ενεργές πυκνότητες κβαντικών ενεργειακών καταστάσεων: (Ζώνη Σθένους)= $1.\times10^{19}$ cm^{-3}, (Ζώνη Αγωγιμότητας)=$2.4\times10^{19}cm^{-3}$,

<u>Απάντηση</u>

(α) $n_i=\sqrt{N_CN_V}\,e^{-\frac{E_g}{2kT}}=1.5\times10^{10}cm^{-3}$,

και $N_C(300K)=2.4\times10^{19}cm^{-3}$, $N_V(300K)=1.0\times10^{19}cm^{-3}$

Αλλά, $\dfrac{N_{C(V)}(600K)}{N_{C(V)}(300k)}=\left(\dfrac{600}{300}\right)^{3/2}=2^{3/2}=2.83$

Επομένως, $N_C(600K)=6.8\times10^{19}cm^{-3}$ και $N_V(600K)=2.8\times10^{19}cm^{-3}$

Και οι ενδογενείς συγκεντρώσεις υπολογίζονται

$$n_i(600)=p_i(600)=\sqrt{2.8\times6.8}\times10^{19}cm^{-3}e^{-\frac{1000}{2\times(2\times26)}}=2.9\times10^{15}cm^{-3}$$

(β) $n=N_D-N_A=4\times10^{16}cm^{-3}$, $p=\dfrac{n_i^2}{n}=2.5\times10^{3}cm^{-3}$ ν

(γ) $E_C-E_F=kT\ln\left[N_C/n_n\right]$, $kT=2\times26meV$

(γ1) $E_C-E_F=2\times26meV\ln\left[6.8\times10^{19}/2.9\times10^{15}\right]=523.3\,meV$

(γ2) $E_C-E_F=2\times26meV\ln\left[6.8\times10^{19}/4\times10^{16}\right]=386.8\,meV$

Με την αύξηση των προσμείξεων τύπου «Δότες», η E_F πλησιάζει, απο χαμηλότερες τιμές, την E_C

5. Ημιαγωγός τύπου IV έχει, σε T=300K, ενεργειακό χάσμα E_g=1.2 eV, και ενεργές πυκνότητες καταστάσεων: $N_V = 1\times10^{19}\,cm^{-3}$, $N_C = 4\times10^{19}\,cm^{-3}$. Η ενδοχασματική κατάσταση προσμείξεων τύπου αποδέκτη απέχει 37.5 meV από το μέγιστο της ζώνης σθένους, και η συγκέντρωση προσμείξεων-αποδεκτών είναι $N_A = 2\times10^{16}\,cm^{-3}$. (α) Δείξτε ότι σε χαμηλές θερμοκρασίες, όπου $kT << E_A - E_F$, η συγκέντρωση φορέων τύπου p δίνεται, με καλή προσέγγιση, από τη σχέση $p = \sqrt{\frac{N_V N_A}{2}}\exp\left(-\frac{E_A - E_V}{2kT}\right)$. (β) Συνδυάζοντας το προσεγγιστικό αποτέλεσμα του ερωτήματος (α) με την γενική μορφή της πυκνότητας φορέων τύπου p, εκφράστε, για το παραπάνω σύστημα, την τιμή του επιπέδου Fermi, σε χαμηλές θερμοκρασίες, συναρτήσει των T, N_V, E_V, N_A, E_A. (γ) Προσδιορίστε, για το ίδιο σύστημα, την οριακή τιμή του επιπέδου Fermi, όταν η θερμοκρασία τείνει στους 0^oK. (δ) Δείξτε ότι, απουσία προσμείξεων, η οριακή τιμή του επιπέδου Fermi, σε χαμηλές θερμοκρασίες, τείνει στο μέσον του ενεργειακού χάσματος. (ε) Σχολιάστε τα αποτελέσματα των ερωτημάτων (γ) και (δ).

<u>Απάντηση</u>

(α) Σε χαμηλές θερμοκρασίες, $kT << E_A - E_F$, κατά μείζονα λόγο, $kT << E_A - E_F << E_C - E_V$, οπότε, επικρατεί η διέγερση οπών από τη στάθμη των αποδεκτών μάλλον παρά από τη ζώνη αγωγιμότητας, (δηλ., ισοδύναμα, επικρατεί η διέγερση ηλεκτρονίων από τη ζώνη σθένους προς τη στάθμη αποδεκτών μάλλον παρά προς την ζώνη αγωγιμότητας). Επομένως, η συγκέντρωση οπών προσδιορίζεται από τους ιονισμένους αποδέκτες (εξωγενώς), παρά από τις ενδογενείς διεγέρσεις.

$$p \approx N_A^- \qquad (1)$$

[Το προηγούμενο επιχείρημα μπορεί να διατυπωθεί και ποσοτικά, υπολογίζοντας τις ενδογενείς προσμείξεις σε θερμοκρασία δωματίου (300K) αλλά και σε χαμηλές θερμοκρασίες , π.χ.

$$n_i(300) = \sqrt{N_C N_V}\, e^{-\frac{E_g}{2kT}} = 2\times10^{19}\,cm^{-3} e^{-\frac{1200}{50}} \Rightarrow n_i(300) = 7.6\times10^{8}\,cm^{-3}$$

ενώ, σε χαμηλές θερμοκρασίες (4K),

$$\frac{N(4K)}{N(300K)} = \left(\frac{4}{300}\right)^{3/2} \Rightarrow N(4) = N(300)\times1.5\times10^{-3}$$

επομένως, $n_i(4K) = 1.5\times10^{-3}\times2\times10^{19}\,cm^{-3}\, e^{-\frac{1200}{2\times0.333}} \Rightarrow n_i(4K) \approx 0$.

Δηλαδή, οι ενδογενείς συγκεντρώσεις σε 300K και (πολύ περισσότερο), σε 4K είναι πολλές τάξεις μεγέθους χαμηλότερες από την συγκέντρωση αποδεκτών $N_A = 2\times10^{16}\,cm^{-3}$.]

Όσον αφορά, τώρα, τους ιονισμένους αποδέκτες, έχουμε, $N_A^- = \dfrac{N_A}{1 + 2\exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$

και με βάση την προσέγγιση $E_A - E_F >> kT \Rightarrow \frac{E_A - E_F}{kT} >> 1 \Rightarrow 2\exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right) >> 1$

Οπότε, $$N_A^- \approx \frac{N_A}{2\exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)} \quad \Rightarrow \quad N_A^- \approx \frac{N_A}{2} e^{-\frac{E_A - E_F}{kT}} \qquad (2)$$

ενώ, γενικά $$p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}} \qquad (3)$$

Επειδή αναζητούμε έκφραση του p ανεξάρτητη του E_F, απαλείφουμε την E_F από τις (2) και (3) πολλαπλασιάζοντάς τις και λαμβάνοντας υπόψη την (1), οπότε

$$p^2 = \frac{N_A N_V}{2} e^{-\frac{E_A - E_F + E_F - E_V}{kT}} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{N_A N_V}{2}} e^{-\frac{E_A - E_V}{2kT}}$$

(β) Για τον υπολογισμό της στάθμης Fermi, απαλείφουμε την συγκέντρωση p, ανάμεσα στο αποτέλεσμα του προηγουμένου ερωτήματος $p = \sqrt{\frac{N_A N_V}{2}} e^{-\frac{E_A - E_V}{2kT}}$ και στη σχέση (3): $p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$

οπότε $N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}} = \sqrt{\frac{N_A N_V}{2}} e^{-\frac{E_A - E_V}{2kT}} \Rightarrow N_V^2 = \frac{N_V N_A}{2} e^{-\frac{E_V - E_A - 2E_V + 2E_F}{kT}} \Rightarrow 2\frac{N_V}{N_A} = e^{2\frac{E_F}{kT}} e^{-\frac{E_A + E_V}{kT}}$,

οπότε, λογαριθμίζοντας, παίρνουμε $E_F = \frac{E_A + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{2N_V}{N_A}\right)$

(γ) Όταν $T \to 0 \Rightarrow E_F \to \frac{E_A + E_V}{2}$

(δ) Απουσία προσμείξεων, ισχύει $n = p \Rightarrow N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}}$, ενώ,

$\left(\frac{N_C}{N_V}\right) = \left(\frac{m_e^*}{m_h^*}\right)^{3/2}$,

οπότε $E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$, και στο όριο $T \to 0 \Rightarrow E_F \to \frac{E_C + E_V}{2}$

(ε) Στο όριο των χαμηλών θερμοκρασιών, η στάθμη Fermi τείνει στο μέσο όρο των ενεργειακών σταθμών μεταξύ των οποίων γίνονται, κατά κύριο λόγο, οι διεγέρσεις – αποδιεγέρσεις, που φέρνουν το σύστημα σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας.

6. Επαφή p-n με διατομή 0.1 mm^2, κατασκευάζεται από ημιαγώγιμο υλικό με σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r=10, ενεργειακό χάσμα E_g=1.17eV, ενδογενή συγκέντρωση φορέων $n_i=2.2\times10^9 cm^{-3}$, σε θερμοκρασία δωματίου, ευκινησίες φορέων μ_p=500 cm^2/Vs, μ_n=1500 cm^2/Vs, ίδιο μέσο ελεύθερο χρόνο μεταξύ κρούσεων, (της τάξης του 10^{-12} s), καθώς και ίδιο χρόνο ζωής, $\tau_p=\tau_n$=2.5 μs, (από την διέγερση-δημιουργία, μέχρι της επανασύνδεση) των φορέων μειονότητας. Θεωρείστε ότι το πηλίκο των ενεργών μαζών αγωγιμότητας είναι όσο και το πηλίκο των ενεργών μαζών πυκνότητας καταστάσεων. Η επαφή κατασκευάζεται νοθεύοντας τις περιοχές n και p, με προσμίξεις συγκεντρώσεων $N_D=5\times10^{15}$ cm^{-3}, $N_A=1.5\times10^{16} cm^{-3}$ αντίστοιχα, οι οποίες θεωρούνται ολικά ιονισμένες. **(α)** Να υπολογιστεί η ενεργός πυκνότητα καταστάσεων για τις ζώνες σθένους (N_V) και αγωγιμότητας (N_C). **(β)** Να σχεδιαστεί το ενεργειακό διάγραμμα της επαφής, σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, (υπολογισμός και αναγραφή τών $E_{i(p)}$-E_F, E_F-$E_{i(n)}$, δυναμικό επαφής). **(γ)** Να υπολογιστεί το εύρος της περιοχής απογύμνωσης (άντλησης), σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας.

<u>Απάντηση</u>

(α) Προσδιορίζουμε τις N_C, N_V, υπολογίζοντας το γινόμενό τους και το πηλίκο τους:

$$n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_g}{kT}} \Rightarrow N_C N_V = n_i^2 e^{\frac{E_g}{kT}} = 4.84\times10^{18}\, cm^{-6} e^{\frac{1170}{25}} \Rightarrow N_C N_V = 1.02\times10^{39}\, cm^{-6} \quad (1).$$

Επίσης $\frac{N_C}{N_V} = \left(\frac{m_e^*}{m_h^*}\right)$, αλλά $\frac{\mu_h}{\mu_e} = \frac{e\tau_h/m_h^*}{e\tau_e/m_e^*}$, όπου οι μέσοι ελεύθεροι χρόνοι μεταξύ κρούσεων, (της τάξης του 10^{-12} s) είναι ίσοι ($\tau_h = \tau_e$), σύμφωνα με την εκφώνηση, οπότε $\left(\frac{m_e^*}{m_h^*}\right)^{3/2} = \left(\frac{\mu_h}{\mu_e}\right)^{3/2}$ και, τελικά, $\frac{N_C}{N_V} = \left(\frac{\mu_h}{\mu_e}\right)^{3/2} \Rightarrow N_C = 0.19 N_V$ (2)

Από τις (1) και (2) παίρνουμε : $\boxed{N_C = 1.39\times10^{19}\, cm^{-3}}$ και

$\boxed{N_V = 7.33\times10^{19}\, cm^{-3}}$

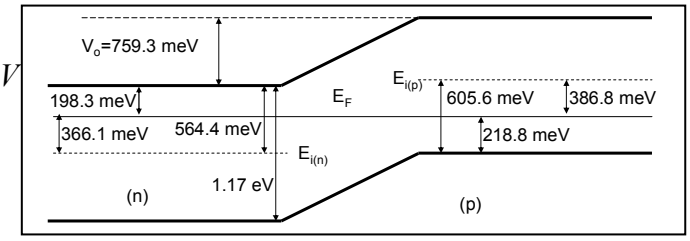
(β) $V_0 = \frac{kT}{q}\ln\left[\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right] = \frac{25\, m\cancel{e}V}{\cancel{e}}\ln\left[\frac{7.5\times10^{31}}{4.84\times10^{18}}\right] \Rightarrow \boxed{V_0 = 759.3\, mV}$. Επίσης:

$$E_C - E_{F_{(n)}} = kT\ln\left(N_C/n_n\right) \Rightarrow E_C - E_{F_{(n)}} = 198.3\, meV$$

$$E_{F_{(p)}} - E_V = kT\ln\left(N_V/p_p\right) \Rightarrow E_{F_{(n)}} - E_V = 218.8\, meV$$

$$E_{F_{(i)}} = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4}kT\ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \Rightarrow E_{F_{(i)}} = \frac{E_g}{2} + 20.6\, meV$$

$\boxed{E_{i(p)}\text{-}E_F = 386.8 \text{ meV}, \quad E_F\text{-}E_{i(n)} = 366.1 \text{ meV}}$



(γ) Πλάτος της περιοχής απογύμνωσης

$$w = \sqrt{2\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 V_0}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)} = \sqrt{2\frac{10\times8.85\times10^{-14}\frac{F}{cm}\, 759.3\, mV}{1.6\times10^{-19}\, C}\left(\frac{1}{1.5\times10^{16}} + \frac{1}{5\times10^{15}}\right) cm^3} \Rightarrow \boxed{w = 1.12\, \mu m}$$

7. Ημιαγώγιμο υλικό της οικογένειας IV, με ενεργειακό χάσμα E_g=1.2eV, σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r=11, και ενδογενή συγκέντρωση φορέων $n_i=5\times10^{10}cm^{-3}$, φέρει ομοιόμορφη συγκέντρωση πρόσμειξης Αλουμινίου ίση προς 5×10^{17} (άτομα Al)/cm^3, σε όλο του τον όγκο. Στην μία επιφάνεια του ανωτέρω υλικού εμφυτεύουμε, επιπλέον, Αρσενικό, με ομοιόμορφη συγκέντρωση ίση προς 5.5×10^{17} (άτομα As)/cm^3, σε μία περιοχή μέχρι βάθος 0.5μm. **(α)**Να εξηγήσετε ότι το τελικό αποτέλεσμα είναι μία επαφή p-n, και να υπολογίσετε το εσωτερικό δυναμικό της επαφής. **(β)** Να υπολογίσετε το συνολικό πλάτος της περιοχής απογύμνωσης καθώς και τα επί μέρους πλάτη των περιοχών απογύμνωσης εκατέρωθεν της επαφής. **(γ)** Να σχεδιάσετε ένα ενεργειακό διάγραμμα, υπό κλίμακα, του πρώτου 1 μm του συστήματος, από την πλευρά του υλικού που βρίσκεται η επαφή p-n, στο οποίο να φαίνονται όλα τα μεγέθη των ερωτημάτων (α) και (β). T=300K.

<u>Απάντηση</u>

(α) Στα πρώτα 0.5 μm, ($x \le 0.5\mu m$) συμβαίνει αντιστάθμιση των προσμείξεων (Αποδέκτες και Δότες), οπότε (σε συνδυασμό με την παραδοχή του ολικού ιονισμού), έχουμε τελικά περιοχή τύπου n, με συγκέντρωση φορέων πλειονότητας

$$n_n = N_D - N_A = 5\times10^{16}\ cm^{-3}$$

Στο υπόλοιπο υλικό, (σε βάθος $x > 0.5\mu m$), οι φορείς προσδιορίζονται από τις προσμείξεις αλουμινίου (Αποδέκτες), οπότε (σε συνδυασμό με την παραδοχή του ολικού ιονισμού), έχουμε τελικά περιοχή τύπου p, με συγκέντρωση φορέων πλειονότητας

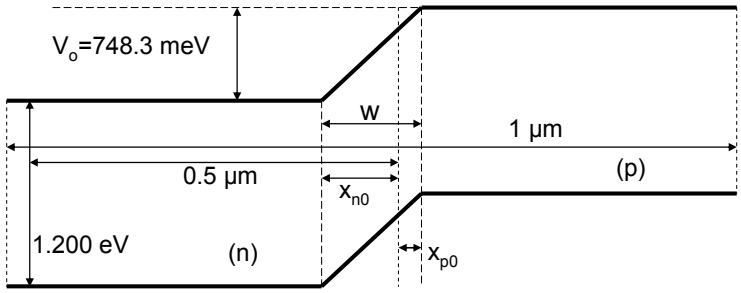
$$p_p = N_A = 5\times10^{17}\ cm^{-3}.$$

Το δυναμικό επαφής υπολογίζεται από τη σχέση

$$V_0 = \frac{kT}{q}\ln\left[\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right] = \frac{25\ m\cancel{e}V}{\cancel{e}}\ln\left[\frac{5\times10^{16}\times5\times10^{17}}{25\times10^{20}}\right] = 748.3\ mV$$

(β) Τα επί μέρους πλάτη των περιοχών απογύμνωσης εκατέρωθεν της επαφής υπολογίζονται από τη σχέση

$$x_{p_0} = \sqrt{2V_0\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{q}\cdot\frac{n_n}{p_p(n_n+p_p)}} = \sqrt{2\times0.75V\frac{12\times8.85\times10^{-14}\ F/cm}{1.6\times10^{-19}C}1.82\times10^{-19}cm^{-3}} = 0.014\ \mu m$$

Όμοια, $x_{n_0} = 0.138\ \mu m$, και το συνολικό πλάτος απογύμνωσης $w = x_{p_0} + x_{n_0} = 0.15\ \mu m$

(γ)