ΣΕΜΦΕ: Επαναληπτικη Εξεταση « Αναλυση Πινακων» (15-9-08)

2,5? 3 + 1. Αν ο πινακας A είναι κανονικος τετοιος ώστε $A^9=A^8$, δειξτε οτι A είναι ερμιτιανος και $A^2=A$.

2 2. Αν σ και τ είναι αντιστοιχα η μικροτερη και μεγαλυτερη ιδιαζουσα τιμη του μxν πινακα A, δειξτε ότι

$$\sigma\|\chi\|_2 \leqslant \|A\chi\|_2 \leqslant \tau\|\chi\|_2$$

για κάθε διανυσμα $\chi \varepsilon C^{\nu}$.

1,5 1 – 3. Αν σ_1, σ_2 είναι οι μεγαλυτερες ιδιαζουσες τιμες αντιστοιχα των μxν πινακων A, B και σ είναι η μεγαλυτερη ιδιαζουσα τιμη του A+B, δειξτε ότι $\sigma \leqslant \sigma_1 + \sigma_2$.

2 4. Δειξτε για τους πινακες A, B την σχεση:

$$\text{rank}(AB) \leqslant \min\{\text{rank}A, \text{rank}B\}.$$

2 5. Δειξτε οτι ενας χωρος K είναι A-αναλλοιωτος ακριβως όταν $K^{\perp}$ είναι A^*-αναλλοιωτος.

Διαρκεια Εξετασης : 2.30 Ω