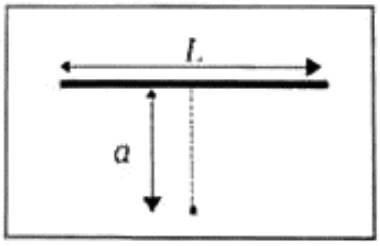
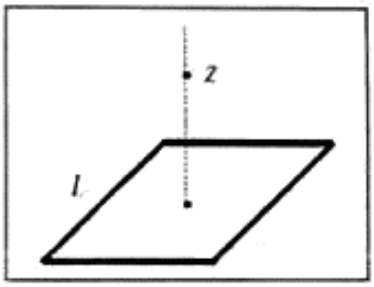
ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ (ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ–Ι) 2015-16
Κανονική Εξέταση

Ν. Τράκας, Ι. Ράπτης — Διάρκεια 2.5 ώρες

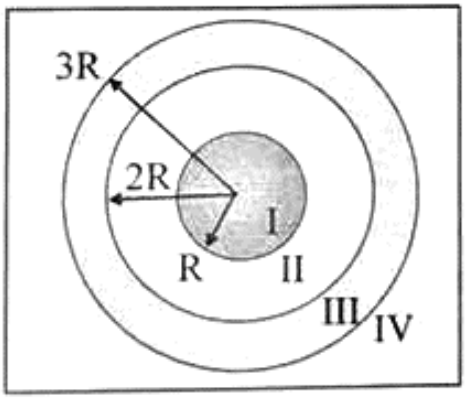


Θέμα 1 (3Μ). (α) Δείξτε ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, σε απόσταση a, κάθετα στο μέσον ευθύγραμμης γραμμικής κατανομής μήκους L και γραμμικής πυκνότητας φορτίου λ=σταθ., είναι ίση με $E = \dfrac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{a^2+(L/2)^2}}$.



(β) Φορτίο Q είναι μοιρασμένο ομοιόμορφα στις τέσσερις πλευρές τετραγώνου πλευράς L. Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, κατά μήκος του άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του τετραγώνου και περνά από το κέντρο του, σε απόσταση z από το κέντρο του, και να μελετήσετε την οριακή συμπεριφορά όταν $z>>L$. $\left[\int \dfrac{dx}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} = \dfrac{1}{a^2}\dfrac{x}{\left(x^2+a^2\right)^{1/2}}\right]$

Θέμα 2 (4Μ). Φορτίο Q είναι μοιρασμένο ομοιόμορφα σε σφαιρικό όγκο ακτίνας R. Ο όγκος αυτός περιβάλλεται από ομόκεντρο συμπαγές αγώγιμο κέλυφος με εσωτερική ακτίνα $2R$ και εξωτερική ακτίνα $3R$, του οποίου το συνολικό φορτίο είναι μηδενικό.



(α) Υπολογίστε τις εντάσεις του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}_I(0<r<R)$, $\vec{E}_{II}(R<r<2R)$, $\vec{E}_{III}(2R<r<3R)$, $\vec{E}_{IV}(3R<r<\infty)$ και τις επαγόμενες επιφανειακές πυκνότητες ελεύθερων φορτίων $\sigma_{1f}(r=2R)$ και $\sigma_{2f}(r=3R)$

(β) Με δυναμικό αναφοράς $V(r\to\infty)=0$, υπολογίστε τις συναρτήσεις δυναμικού $V_{IV}(3R\le r<\infty)$, $V_{III}(2R\le r\le 3R)$, $V_{II}(R\le r\le 2R)$ $V_I(0\le r\le R)$.

(γ) Υπολογίστε τα μεγέθη $\vec{E}'_{IV}(3R<r<\infty)$, $V'_{IV}(3R\le r<\infty)$ όταν η εξωτερική επιφάνεια $(r=3R)$ του αγώγιμου κελύφους συνδεθεί ηλεκτρικά με τη Γη $(V_{\Gamma H}=0)$.

(δ) Όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση που περιγράφεται στο ερώτημα-γ, γεμίζουμε τον χώρο ΙΙ $(R<r<2R)$ με γραμμικό διηλεκτρικό υλικό, σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς ε_r και ζητούμε να υπολογιστεί το νέο ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}'_{II}(R<r<2R)$, η πόλωση $\vec{P}(R<r<2R)$ του υλικού, οι επιφανειακές και χωρικές πυκνότητες δέσμιων φορτίων, όπου αυτά υπάρχουν, [$\sigma_{1b}(r=R)$, $\sigma_{2b}(r=2R)$, $\rho_b(R<r<2R)$], και το συνολικό δέσμιο φορτίο.

ΓΥΡΙΣΤΕ ΣΕΛΙΔΑ

Θέμα 3 (3Μ). Σωληνοειδές πηνίο με άξονα τον άξονα-z και ακτίνα R, με μήκος πολύ μεγάλο σε σχέση με την ακτίνα του και με n σπείρες ανά μονάδα μήκους, διαρρέεται από ρεύμα I το οποίο αυξάνει με ρυθμό $dI/dt = \kappa = \sigma\tau\alpha\theta. > 0$.

(α) Να υπολογίσετε το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ στο εσωτερικό του πηνίου, υποθέτοντας ότι ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος είναι αρκετά αργός, ώστε το μαγνητικό πεδίο να θεωρηθεί σχεδον στατικό, και χρησιμοποιώντας κατάλληλα τον νόμο του Ampere.

(β) Εξηγήστε γιατί οι δυναμικές γραμμές του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου είναι κύκλοι και υπολογίστε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου, σε απόσταση r από τον άξονά του.

(γ) Να υπολογίσετε το διάνυσμα Poynting, στο εσωτερικό του πηνίου, σε απόσταση r από τον άξονά του, διανυσματικά.

[Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις κυλινδρικές συντεταγμένες $(\hat{r}, \hat{\varphi}, \hat{z})$]

$$\vec{p} = \int \vec{r}\rho d^2 r, \qquad \vec{P} = d\vec{p}/d^3 r, \quad \rho_b = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}, \qquad \sigma_b = \vec{P}\cdot\hat{n}$$

$$\vec{D} \equiv \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \chi\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0(1+\chi)\vec{E} \Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}, \qquad \vec{E} = \vec{E}_0/\varepsilon_r$$

$$\vec{\nabla}\cdot\left(f(r)\hat{r}\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 f(r)\right)$$