Εργαστήριο στο μάθημα
«Πυρηνική Φυσική κι Εφαρμογές»

Άσκηση 8: Μέτρηση του χρόνου ημιζωής ραδιενεργού πυρήνα

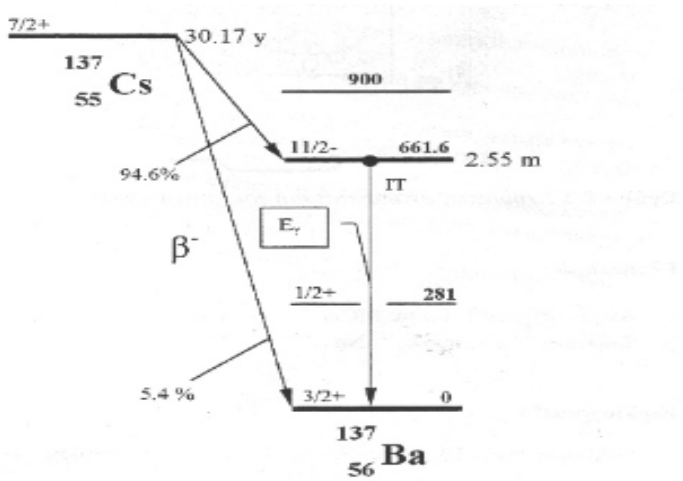
Στοιχεία φοιτητή: Μιχάλης Καλογεράκης
8ο Εξάμηνο ΣΕΜΦΕ
Ημ. Διεξαγωγής : 13/5/2005

Επιβλέπων: Κ. Παπαδόπουλος

Θεωρία - Διεξαγωγή άσκησης

Είναι γνωστό ότι όταν έχουμε ένα ραδιενεργό στοιχείο N(t) πυρήνων τότε αυτό θα αποδιεγείρεται με ρυθμό (ή έχει ενεργότητα) $R = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$ (1). Έπεται $N(t) = N_o e^{-\lambda t}$, όπου N_o ο αριθμός των πυρήνων για t=0 που ορίζουμε εμείς. Βέβαια στην τελευταία περίπτωση δε μπορούμε να είμαστε τόσο απόλυτοι και αυστηροί, οπότε γενικά η μέτρηση της ενεργότητας είναι πιο χρήσιμο. Κάτι επίσης χαρακτηριστικό για ένα ραδιενεργό στοιχείο είναι ο χρόνος ημιζωής που είναι $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

Το ^{137}Cs έχει το παρακάτω διάγραμμα διασπάσεων



Συνεπώς, στη φύση μπορούμε να βρούμε μίγματα ^{137}Cs με το ^{137m}Ba. Επειδή το ^{137}Cs έχει τέτοιο χρόνο ημιζωής που δε μας επιτρέπει να μετρήσουμε αισθητές διαφορές στην ενεργότητα (30.17 έτη) απομονώνουμε από το μίγμα το ^{137m}Ba με διάλυμα αλατούχου HCl.

Το ^{137m}Ba χρησιμοποιείται γιατί έχει μικρό χρόνο ημιζωής (2.55min), οπότε μπορεί να μετρηθεί ευκολότερα η διαφορά στην ενεργότητα, ο χρόνος ημιζωής κλπ.

Προκειμένου να επιβεβαιώσουμε τον παραπάνω ισχυρισμό, χρησιμοποιήσαμε μια πηγή ^{137}Cs, την οποία τοποθετήσαμε στη δεύτερη υποδοχή του ανιχνευτή ιωδιούχου νατρίου προκειμένου να κάνουμε τη βαθμονόμηση της φωτοκορυφής των 661.6 KeV. Πέρα από τη βαθμονόμηση, παρατηρήσαμε ότι ο ρυθμός των γεγονότων παρέμενε σταθερός στο διάστημα παρατήρησης.

Για να απομονώσουμε το μετασταθές Ba, στηριχτήκαμε στο γεγονός ότι διέφερε από το Cs στις χημικές του ιδιότητες λόγω της διαφοράς στον ατομικό τους αριθμό. Η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε ήταν το να ποτίσουμε μία πηγή Cs με αλατούχο διάλυμα HCl. Το διάλυμα λοιπόν μας επέτρεψε να απομονώσουμε επιλεκτικά τα άτομα Ba.

Στη συνέχεια τοποθετήσαμε το διάλυμα του Ba στον ανιχνευτή ιωδιούχου νατρίου και επιλέξαμε βήμα 1sec, έχοντας φροντίσει πριν, να έχουμε χρονική κλίμακα στον άξονα x.

Παρά το ότι πήραμε φωτοτυπίες με διαγράμματα από προηγούμενα πειράματα, επέλεξα να πάρω τις μετρήσεις από τον υπολογιστή για να κάνω την επεξεργασία.

Έτσι λοιπόν, στην επεξεργασία που ακολουθεί υπόψιν έλαβα μόνο τις μετρήσεις που έγιναν στο εργαστήριο.

Επεξεργασία των μετρήσεων

Ερώτημα 1ο

Α) Από το 1ο γράφημα παρατηρούμε μέγιστο αριθμό κρούσεων ίσο με 3000 ± 50 για t=0 . Άρα για αριθμό κρούσεων ίσο με 1500 ± 100 έχουμε $\mathbf{t_{1/2} = 160 \pm 10}$ **sec.**

Β) Από το 2ο γράφημα σχεδιάζουμε μια ευθεία και διαλέγουμε δυο σημεία ,έστω το Α(100,1900) και το Β (300 ,800)

Η κλίση της ευθείας τώρα θα είναι $b=\frac{\log(800)-\log(1900)}{300-100}=\frac{2,903-3,279}{200}=-0.00188$.

Επειδή ισχύει $R = R_0 \cdot e^{-\lambda t}$,αν λογαριθμήσουμε παίρνουμε
$\mathrm{Log}(R)=\log(R_0)-\lambda \cdot \log e \cdot t$.

Άρα λοιπόν θα έχουμε ότι $b=-\lambda \cdot \log e \Rightarrow$
$-0.00188 = -\lambda \cdot 0,4342 \Rightarrow \lambda = 0,00433\ \mathrm{sec}^{-1}$

Οπότε $t_{1/2}=\frac{0.693}{0.00433}=160.046\,\mathrm{sec}$ δηλαδή $\mathbf{t_{1/2} = 160,046\ sec}$

Για να εκτιμήσουμε το σφάλμα του χρόνου ημιζωής, αρκεί να δεχθούμε ότι στην ανάγνωση των γεγονότων έχουμε ένα σφάλμα της τάξης των 100 κρούσεων και στην ανάγνωση του χρόνου έχουμε σφάλμα δt=50 sec. Οπότε $\delta(\log R_1)=10$.

$$\delta b=\sqrt{\left(\frac{\partial b}{\partial(\log R)}\right)^2*[\delta(\log R)]^2+\left(\frac{\partial b}{\partial t}\right)^2*(\delta t)^2}=\sqrt{4.418*10^{-7}+1.4*10^{-7}}=0.0008$$

Οπότε αφού δb=0.0008, θα είναι και $\delta\lambda=\sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial b}\right)^2(\delta b)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{\log e}\right)^2(\delta b)^2}=\sqrt{(-2.304)^2*(8*10^{-4})^2}=\sqrt{5.308*6.4*10^{-8}}=0.00058$

Δηλαδή δλ=0.00058 sec^{-1}. Τελικά λοιπόν, αφού

$$t_{\frac{1}{2}}=\frac{\ln 2}{\lambda}\Rightarrow\delta t_{\frac{1}{2}}=\sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial\lambda}\right)^2(\delta\lambda)^2}\Rightarrow\delta t_{\frac{1}{2}}=\sqrt{\left(\frac{-\ln 2}{\lambda^2}\right)^2(\delta\lambda)^2}\Rightarrow\delta t_{\frac{1}{2}}=\sqrt{\left(\frac{-0,693}{1.8748*10^{-5}}\right)^2(3,36*10^{-7})}=4,59\simeq 5\sec$$

Οπότε τελικά θα είναι $t_{\frac{1}{2}}=160\pm 5\sec$.

Γ) Με τη βοήθεια του Excel υπολογίσαμε ότι η πειραματική προσεγγιστική ευθεία με βάση τα δεδομένα του πειράματος, θα είναι $y=3.4677-0.0019x$, δηλαδή b=0.0019, οπότε αφού b=-λ·loge θα είναι τελικά $\lambda=\frac{-b}{\log e}\Leftrightarrow\lambda=\frac{0.0019}{0.434}\Leftrightarrow\lambda=0,00437\sec^{-1}$.

Συνεπώς $t_{\frac{1}{2}}=\frac{\ln 2}{\lambda}=158.4\sec$

Ερώτημα 2ο

Παρατηρούμε ότι και από τις τρεις μεθόδους προέκυψαν πολύ κοντινά αποτελέσματα για τη ν τιμή του χρόνου ημιζωής του Ba. Πιο αξιόπιστο από τους τρεις τρόπους θεωρώ τον τρίτο τρόπο, αφού παίρνει υπόψιν όλα τα πειραματικά δεδομένα, χωρίς να εισάγεται επιπλέον σφάλμα λόγω ανάγνωσης από τα διαγράμματα.

Ερώτημα 3ο

Στην κατάσταση ραδιενεργούς ισορροπίας όσοι πυρήνες ^{137m}Ba δημιουργούνται άλλοι τόσοι θα αποδιεγείρονται, δηλαδή ισχύει η σχέση $\frac{dN_B}{dt}=0$. Όμως $\frac{dN_B}{dt}=\lambda_A\cdot N_A-\lambda_B\cdot N_B$ όποτε καταλήγουμε στην

$\lambda_A\cdot N_A=\lambda_B\cdot N_B$.

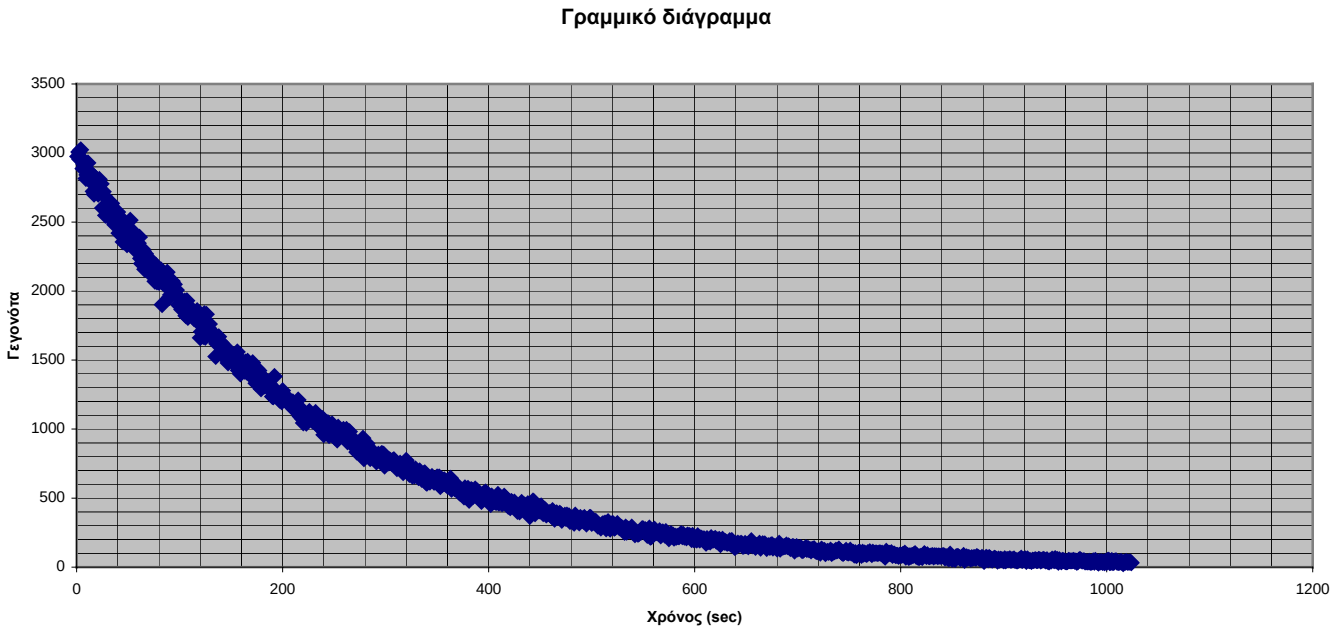
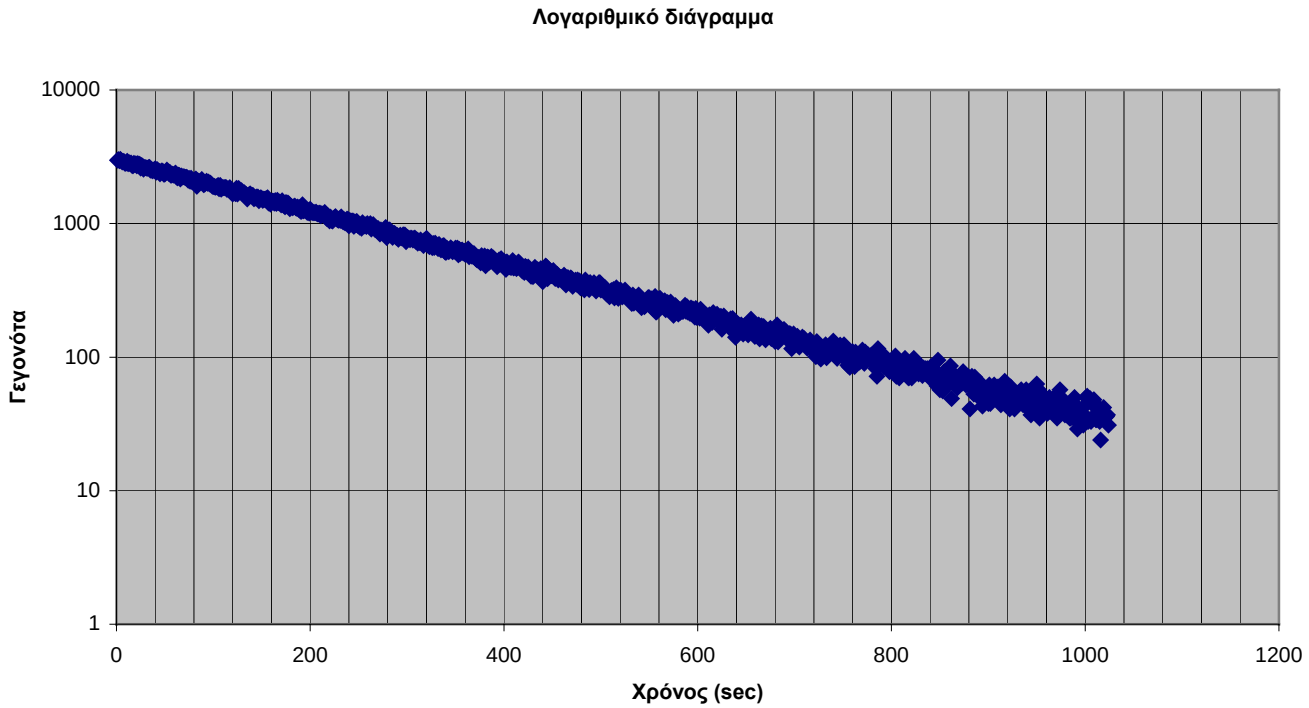
Όμως το γινόμενο $\lambda_A\cdot N_A$ είναι ίσο με την ενεργότητα του Cs η οποία μας δίνεται ίση με 5μCi όποτε η προηγούμενη σχέση μας δίνει : $N_B=\frac{\lambda_A\cdot N_A}{\lambda_B}=\frac{\lambda_A\cdot N_A}{\frac{0,693}{t_{1/2}}}=\frac{153\cdot 5}{0,693}\mu Ci\cdot\sec=1104\cdot 10^{-6}\cdot 37\cdot 10^{6}Bq\cdot\sec$ =>

N_B=40848 πυρήνες ^{137m}Ba.

Από τη σχέση τώρα m=$\frac{AB\cdot N_B}{N_A}$ όπου AB το ατομικό βάρος του ^{137m}Ba=137a.m.u και $N_A=6.022*10^{23}$

βρίσκουμε ότι m=$\frac{139\cdot 40848u}{6.022\cdot 10^{23}}=1.57*10^{-40}$gr.

Ερώτημα 4ο

Αν αφαιρέσουμε το Βα από το σύστημα $^{137}Cs \xrightarrow{\lambda_1} {}^{137m}Ba \xrightarrow{\lambda_2} {}^{137}Ba$, θα αρχίσει να αυξάνεται πάλι ο αριθμός των ^{137m}Ba μέχρι κάποια στιγμή τ όπου θα επιτευχθεί η ραδιενεργός ισορροπία όπου θα χουμε $\frac{dN_{^{137m}Ba}}{dt} = 0$.Κάνοντας πράξεις καταλήγουμε στη $\tau = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\ln(\frac{\lambda_2}{\lambda_1})$ και επειδή $\lambda_1 << \lambda_2$ έχουμε $\tau = \frac{1}{\lambda_2}\ln(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}) = \frac{t_2}{0.693}\ln(\frac{t_1}{t_2}) = \frac{2.55}{0.693}\ln(\frac{30.17 \cdot 525600\,\text{min}}{2.55\,\text{min}}) = 57.6\,\text{min}$.Άρα θα χρειαστεί περίπου μια ώρα ώστε να μπορούμε να επαναλάβουμε το πείραμα.

Ακολουθούν τα διαγράμματα που προέκυψαν από τα δεδομένα του πειράματος.