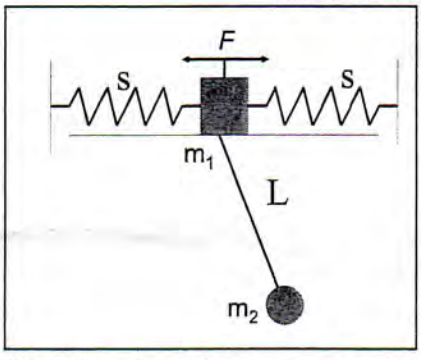
Σχολή Ε.Μ.Φ.Ε – ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ (ΚΥΜΑΤΙΚΗ)
Κανονικές Εξετάσεις Χειμερινού εξαμήνου 2011-2012

05/03/2012 **Διάρκεια εξέτασης 2:30** Ι. Σ. Ράπτης

Θέμα 1. Ταλαντωτής μάζας ελατηρίου, με στοιχεία (m,s), διαθέτει σύστημα απόσβεσης τύπου ιξώδους τριβής $(F_{\tau\rho}=-r\upsilon)$ με ρυθμιζόμενο συντελεστή απόσβεσης r. (α) Γράψτε τη διαφορική εξίσωση κίνησης. (β) Δείξτε ότι η $x(t)=(A+Bt)e^{-\gamma t}$ μπορεί να είναι λύση της διαφορικής εξίσωσης κίνησης, για κατάλληλες τιμές των γ και $r=r_0$, τις οποίες και να υπολογίσετε συναρτήσει των (m,s). (γ) Για τιμές των γ και r_0 που υπολογίστηκαν στο ερώτημα (β), διεγείρουμε το σύστημα από την κατάσταση ισορροπίας με αρχική ταχύτητα υ_0. Να υπολογίσετε τις σταθερές (A, B) καθώς και την χρονική στιγμή t_0 και την απόσταση x_0 από την θέση ισορροπίας, όπου η μάζα αντιστρέφει τη φορά κίνησης, και να σχεδιάσετε τις $x=x(t)$, $\upsilon=\upsilon(t)$, σημειώνοντας χαρακτηριστικά σημεία του σχεδιαγράμματος. (δ) Ποιά είναι τα βασικά χαρακτηριστικά της κίνησης του συστήματος με $r=r_0$, συγκρινόμενα με την κίνηση για τις δύο περιοχές τιμών, $r>r_0$ και $r<r_0$;

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ 2Α, 2Β

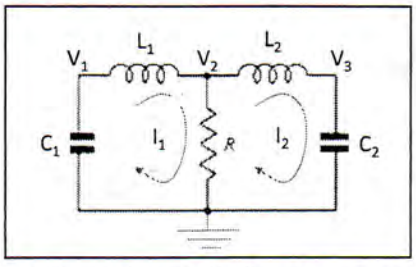


Θέμα 2Α. Σώμα μάζας m_1 ευρίσκεται μεταξύ δύο ακλόνητων τοιχωμάτων με τα οποία είναι συνδεδεμένο με δύο ελατήρια σταθεράς s, το καθένα, και μπορεί να κινείται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές Από το σώμα κρέμεται, με αβαρές μη-εκτατό νήμα μήκους L, σώμα μάζας m_2. Στο σώμα m_1 ασκείται εξωτερική αρμονική οριζόντια δύναμη $F(t)=F_0\cos(\omega t)$.

(α) Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης, για μικρές απομακρύνσεις από την κατάσταση ισορροπίας.

(β) Στην μόνιμη κατάσταση κίνησης, με ενιαία συχνότητα ω (για όλες τις συνιστώσες του συστήματος), να υπολογίσετε τα πλάτη ταλάντωσης A και B των δύο μαζών m_1, m_2, ως συναρτήσεις της συχνότητας. Θεωρήστε $x_1[x_2]=A[B]\cos(\omega t)$ και, για λογιστική οικονομία: $s/m_1 = g/L = \omega_0^2$, $m_2=2m_1$.

(γ) Για ποιά συχνότητα διέγερσης το πηλίκο των πλατών B/A να τείνει στο άπειρο; Σχολιάστε και εξηγείστε το φαινόμενο αυτό με φυσικά επιχειρήματα.



Θέμα 2Β. Δύο κυκλώματα (L_1,C_1) και (L_2,C_2) είναι συνδεδεμένα μέσω αντίστασης R, όπως φαίνεται στο σχήμα.

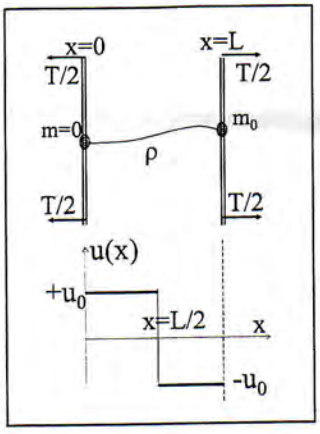
(α) Γράψτε την εξίσωση Kirchhoff για τα δυναμικά σε κάθε έναν από τους δύο βρόχους που διαρρέονται από ρεύμα I_1, I_2 αντίστοιχα, και συσχετίστε τα δύο ρεύματα με τα φορτία των αντίστοιχων πυκνωτών.

(β) Μετατρέψτε τις δύο εξισώσεις του ερωτήματος (α) σε ομογενείς διαφορικές εξισώσεις δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές, για τα δύο ρεύματα I_1, I_2, ως συναρτήσεις του χρόνου.

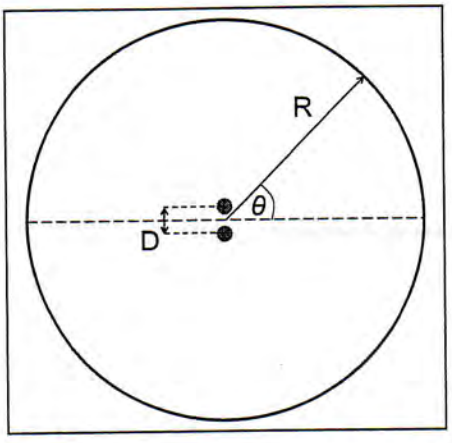
(γ) Θεωρήστε ότι $L_1=L_2=L$ και $C_1=C_2=C$ και, εκμεταλλευόμενοι τα χαρακτηριστικά συμμετρίας των δύο εξισώσεων, να παράγετε (με κατάλληλες προσθαφαιρέσεις) τις διαφορικές εξισώσεις που ικανοποιούν τα $I_a=I_1+I_2$ και $I_b=I_1-I_2$

(γ) Βρείτε τις λύσεις για τα I_a, I_b και για τα I_1, I_2, ως συναρτήσεις του χρόνου. Εξηγείστε, με φυσικά επιχειρήματα, που οφείλεται η ποιοτική διαφορά ανάμεσα στους δύο κανονικούς τρόπους ταλάντωσης, όσον αφορά την εξάρτησή τους από τον χρόνο.

Θέμα 3. Ιδανική χορδή, με γραμμική πυκνότητα μάζας ίση με ρ και μήκος L, είναι τεντωμένη με τάση T ενώ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, κατά μήκος δύο οριζόντιων παράλληλων ράβδων, με τη βοήθεια δύο δακτυλιδιών, με σημειακές μάζες $m_{x=0}=0$ και $m_{x=L}=m_0$, αντίστοιχα. (α) Με βάση τις συνοριακές συνθήκες στα άκρα $x=0$, $x=L$, να βρεθεί η σχέση υπολογισμού των συχνοτήτων των κανονικών τρόπων ταλάντωσης (στάσιμα κύματα) της χορδής. (β) Στην περίπτωση που και η μάζα του δεύτερου δακτυλιδιού είναι αμελητέα $(m_0=0)$, να βρεθούν οι συχνότητες ω_n και τα αντίστοιχα κυματανύσματα k_n των κανονικών τρόπων ταλάντωσης, να σχεδιασθούν οι δύο πρώτοι τρόποι ταλάντωσης, και να γραφεί η γενική κίνηση της χορδής ως άθροισμα των κανονικών τρόπων ταλάντωσης.



(γ) Στην περίπτωση (β), αν η χορδή διεγερθεί, (από την θέση ηρεμίας) με μία κατανομή ταχυτήτων $u(x)=\begin{cases}+u_0, & 0<x<L/2\\ -u_0, & L/2<x<L\end{cases}$, (όπως στο σχήμα) να προσδιορισθούν οι φάσεις και τα πλάτη (συντελεστές Fourier) των διαδοχικών όρων του αθροίσματος που αναφέρεται στο ερώτημα (β) και να γραφεί αυτό το άθροισμα που περιγράφει την κίνηση της χορδής $y=y(x,t)$.



Θέμα 4. Δύο κεραίες εκπομπής σφαιρικού κύματος σύμφωνης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, συχνότητας $f=3MHz$, είναι τοποθετημένες σε απόσταση $D=50m$ μεταξύ τους και εκπέμπουν με κυκλικά ομοιόμορφο τρόπο στο οριζόντιο επίπεδο, η κάθε μία. Μεταξύ των δύο κεραιών μπορεί να δημιουργηθεί ελεγχόμενη διαφορά φάσης $\Delta\varphi$. (α) Υπολογίστε την γωνιακή κατανομή της συνολικής έντασης, $I=I(\theta)$, ως συνάρτηση της γωνίας θ, ως προς την μεσοκάθετο των δύο γωνιών, στο οριζόντιο επίπεδο, σε απόσταση $R>100km$ από το μέσον των δύο κεραιών, όταν η διαφορά φάσης τους είναι $\Delta\varphi=0$, και προσδιορίστε τις γωνίες μέγιστης και ελάχιστης εκπομπής. Σχολιάστε το αποτέλεσμα.

(β) Υπολογίστε την κατάλληλη διαφορά φάσης που πρέπει να εισάγει κανείς μεταξύ των δύο κεραιών ώστε, επί του οριζόντιου επιπέδου, να κατευθύνει την μέγιστη εκπεμπόμενη ισχύ κατά μήκος της ευθείας που συνδέει τις δύο κεραίες.

[Υποδείξεις: Θεωρήστε ότι η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι $c=3\times10^8 ms^{-1}$, και κάντε τις κατάλληλες προσεγγίσεις, κατά τους υπολογισμούς, δεδομένου ότι $R>>D$]

Σχέσεις που ενδεχομένως να χρειαστούν

$$e^{\pm i\theta}=\cos\theta\pm i\sin\theta,\qquad x(t)=Ae^{-\frac{rt}{2m}}\sin(\omega' t+\phi),\quad \omega'=\sqrt{\omega_0^2-\left(r/2m\right)^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\qquad c=\sqrt{T/\rho}\qquad Z=\sqrt{\rho T}\qquad \upsilon_{ph}=\frac{\omega}{k}\qquad \upsilon_{gr}=\frac{d\omega}{dk}$$

$$2\sin A\sin B=\cos(A-B)-\cos(A+B),\quad 2\sin A\cos B=\sin(A-B)+\sin(A+B)$$

$$f(\xi+L)=f(\xi),\qquad f(\xi)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_m\cos(n\xi)+\sum_{n=1}^{\infty}B_m\sin(n\xi)$$

$$A_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(\xi)\cos(n\xi)d\xi,\qquad B_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(\xi)\sin(n\xi)d\xi$$