

ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΜΠΥΚΝΩΜΕΝΗΣ ΥΛΗΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ (1)

3/12/2007

- 1) (α) Για ποιες τιμές της ενέργειας E , μεγαλύτερες του χημικού δυναμικού μ , μπορούμε να προσεγγίσουμε τη συνάρτηση κατανομής Fermi – Dirac με την έκφραση $\exp[-(E-\mu)/kT]$ με σφάλμα 5%; Δώστε την απάντηση σε μονάδες kT .
(β) Θεωρήστε το εκφυλισμένο αέριο ελεύθερων ηλεκτρονίων. Πόσο μεγαλύτερη θα έπρεπε να είναι η πυκνότητα καταστάσεων για ενέργεια $2kT$ πάνω από την ενέργεια μ συγκριτικά με την πυκνότητα καταστάσεων για ενέργεια $2kT$ κάτω από την ενέργεια μ ώστε να υπάρχει η ίδια πυκνότητα κατειλημμένων καταστάσεων σ' αυτές τις δύο ενέργειες;

2) Να δειχθούν οι σχέσεις

$$(α) \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} = -(1/kT) f_0(E)[1 - f_0(E)]$$
$$(β) \frac{\partial f_0(E)}{\partial T} = -\frac{\partial f_0(E)}{\partial E} \{ [(E-\mu)/T] - \frac{\partial (E-\mu)}{\partial T} \}$$

3) Να δείξετε ότι για ένα αέριο N ελεύθερων ηλεκτρονίων μέσα σε τρισδιάστατο κουτί στο απόλυτο μηδέν ($T = 0K$):

- (α) Η εσωτερική του ενέργεια είναι $U_0 = 3/5 NE_F$.
(β) Ισχύει η σχέση $pV = 2/5 NE_F$, όπου $p = -(\partial U / \partial V)_N$ είναι η πίεση.

4) Σε ένα δείγμα με όγκο V και αριθμό ηλεκτρονίων N , η πυκνότητα καταστάσεων των ηλεκτρονίων, $g(E)$, δίνεται από τη σχέση $g(E) = g_0$ για $E > 0$ και $g(E) = 0$ για $E < 0$, όπου g_0 είναι μία σταθερή ποσότητα. (α) Να υπολογίσετε την ενέργεια Fermi, E_F . (β) Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια των ηλεκτρονίων, καθώς και την ειδική θερμότητα για πολύ χαμηλές θερμοκρασίες.

5) Πρόβλημα 1.12 από το βιβλίο «ΦΥΣΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ» του Σ. Παπαδόπουλου