Ε. Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ **ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ**

ΣΕΜΦΕ **ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ-ΤΜΗΜΑ Α : 15/6/2010**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

Διάρκεια: 1 ώρα και 45 λεπτά. Τα θέματα επιστρέφονται.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

Γράψτε το ένα θέμα από τα δύο που σας δίνονται παρακάτω. Δημιουργήστε κατάλογο στην προσωπική σας περιοχή με όνομα **EXAM** (προσοχή: **όλα κεφαλαία!**). Εκεί μέσα θα βρίσκονται όλα τα σχετικά αρχεία του αντίστοιχου θέματος: Προγράμματα, γραφικές παραστάσεις, αρχεία δεδομένων κλπ. Μέσα στον κατάλογο αυτό θα βρίσκεται αρχείο με όνομα **NOTES** στο οποίο θα δίνετε τις αναγκαίες επεξηγήσεις για τα θέματα που λύνετε (μπορείτε να γράφετε σε greeklish). Επιτρέπεται η χρήση των σημειώσεών σας και των αρχείων που βρίσκονται στην προσωπική σας περιοχή και τους υποκαταλόγους της. Μπορείτε να αντιγράψετε αρχεία από τον κατάλογο **/mnt/home/exams/progmech** αλλά όχι από άλλες περιοχές του συστήματος των αρχείων (ειδικά στον υποκατάλογο **/mnt/home/exams/progmech/SoftwareForProgMech** θα βρείτε το συνοδευτικό λογισμικό του Α' μέρους των σημειώσεων). Κάθε άλλη αντιγραφή ή επικοινωνία κάνει την εξετάσή σας άκυρη και μηδενίζεστε.

Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να αποθηκευτούν σε αρχεία τύπου jpeg, pdf, postscript, eps, gif, png. Σχετικό παράδειγμα δίνεται από τις παρακάτω εντολές στο gnuplot:

```
gnuplot> plot x, x*2
gnuplot> set terminal postscript color
gnuplot> set output "graph.ps"
gnuplot> replot
gnuplot> set output
gnuplot> set term wxt
gnuplot> ! gv graph.ps
```

Αφού τελειώσετε, για την παράδοση των δεδομένων, μέσα στον κατάλογο EXAM εκτελέστε την εντολή **μόνο μια φορά**:

sudo gesubmit

και στην συνέχεια δώστε το password σας

Βεβαιωθείτε πως η διαδικασία ολοκληρώθηκε επιτυχώς διαβάζοντας το μήνυμα που γράφεται στην κονσόλα μετά την ολοκλήρωση του προγράμματος υποβολής.

Μη επιτυχημένη υποβολή σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία είναι ισοδύναμη με μη παράδοση γραπτού σε συμβατικές εξετάσεις.

Όταν τελειώσετε να γράφετε, κάνετε αποσύνδεση χρήστη (logout) - όχι αλλαγή χρήστη ή shutdown.

Θέμα 1. Θεωρείστε δύο είδη που ανταγωνίζονται για το ίδιο είδος τροφής. Έστω ότι τα μεγέθη των δύο πληθυσμών στον χρόνο t παριστάνονται από τις μεταβλητές x(t) και y(t). Έστω ότι η δυναμική της εξέλιξης του μεγέθους των πληθυσμών στον χρόνο μπορεί να μοντελοποιηθεί από το εξής σύστημα εξισώσεων:

$$\frac{dx(t)}{dt} = 2x - 0.5xy$$
$$\frac{dy(t)}{dt} = 0.25xy - 0.6y$$

Α. Γράψτε ένα πρόγραμμα fortran για την χρονική ολοκλήρωση των παραπάνω εξισώσεων με την μέθοδο Euler. Το πρόγραμμα θα πρέπει να γράφει σε ένα αρχείο τα εξής: t, x(t),y(t) για κάθε αρχική συνθήκη που θα του δίνετε. Ονομάστε το πρόγραμμα **competition.f**
Β. Τρέξτε το πρόγραμμα για αρχικές συνθήκες

x(t=0)=1, y(t=0)=1

και για τελικό χρόνο tend=20.

Πόσο μικρό θα πρέπει να γίνει το βήμα ολοκλήρωσης dt για να πετύχουμε «σύγκλιση» της λύσης? Χρησιμοποιείστε για $dt=10^{-n}$, n=1,2,3,4.
Για την εξήγηση σας ανοίξτε ένα αρχείο το οποίο θα ονομάσετε **NOTES** και σε **greeklish** θα δικαιολογήσετε **τεκμηριωμένα** την επιλογή σας.

Γ. Αφού έχετε βρει το κατάλληλο dt, βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης καθώς και τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές για τα x,y.
Γράψετε την απάντηση σας **τεκμηριωμένα** μέσα στο αρχείο **NOTES**

Δημιουργήσετε ένα αρχείο αποτελεσμάτων στα οποία θα καταγραφούν οι τροχιές t,x(t),y(t) και ονομάστε το αρχείο **resultscomp1.txt**.
Δ. Δημιουργήστε την αντίστοιχη γραφική παράσταση (t, x(t)). Ονομάστε την γραφική παράσταση **graphcomp1.ps**

Ε. Αντικαταστήστε την δεύτερη διαφορική εξίσωση με την

$$\frac{dy(t)}{dt} = 0.25xy - 0.6y - y^2$$

Τρέξτε ξανά το πρόγραμμα αρχίζοντας από τις ίδιες αρχικές συνθήκες με το ίδιο dt. Δημιουργήσετε ένα αρχείο αποτελεσμάτων στα οποία θα καταγραφούν οι τροχιές t,x(t),y(t) και ονομάστε το αρχείο **resultscomp2.txt**. Σε ποιες τιμές καταλήγει το σύστημα?
Γράψετε την απάντηση σας μέσα στο αρχείο **NOTES**

Θέμα 2. Η δυναμική εξέλιξης ενός πληθυσμού ψαριών περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών:

$$N_{i+1} = rN_i e^{-N_i}$$

όπου r είναι ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού, και i είναι ο αριθμός των ετών από τον αρχικό χρόνο.

Α. Να γράψετε πρόγραμμα Fortran το οποίο να υπολογίζει το σημείο ισορροπίας της απεικόνισης με την μέθοδο Newton Raphson. Τα αποτελέσματα θα πρέπει να γράφονται σε ένα αρχείο Newton.dat με την εξής σειρά: i, x_i.

Β. Να τρέξετε το πρόγραμμα για $r = 5$, εκτελώντας των αναδρομικό τύπο της Newton Raphson μέχρι το σχετικό σφάλμα $|x_{i-1} - x_i| / x_i$ να γίνει μικρότερο από 10^{-6}. Δίνεται το αρχικό σημείο της ακολουθίας: $x_0 = 1$.

Γ. Υπολογίστε την $|f'(x^*)|$, όπου x^* είναι το σημείο ισορροπίας. Τι μπορείτε να πείτε για την εξέλιξη του πληθυσμού των ψαριών μετά από αρκετά χρόνια, σε ποια ασυμπτωτική τιμή τείνει .

Το πρόγραμμα Fortran να ονομαστεί Newton.f. Πρέπει να παραδοθεί ακόμη το αρχείο Newton.dat με τα δεδομένα που βρήκατε στο ερώτημα β, και το αρχείο NOTES με την απάντησή σας στο ερώτημα γ.

<u>Υπόδειξη</u>

1) Να θεωρήσετε την συνάρτηση $g(x) = f(x) - x$, όπου $f(x) = r \cdot x \cdot e^{-x}$.

2) Να χρησιμοποιήσετε τον αναδρομικό τύπο

$$x_{i+1} = x_i - \frac{g(x_i)}{g'(x_i)},$$

με $x_0 = 1$, για σφάλμα 10^{-6} και $r = 5$.

3) Η παράγωγος της συνάρτησης $g(x)$ στον παραπάνω τύπο να υπολογιστεί αναλυτικά από την σχέση $g'(x) = f'(x) - 1$.

4) Για να μελετήσετε την ευστάθεια του σημείου ισορροπίας x^* που βρήκατε με την Newton Raphson υπενθυμίζεται ότι:

1) $|f'(x^*)| < 1$ το σημείο ισορροπίας είναι ευσταθές
2) $|f'(x^*)| > 1$ το σημείο ισορροπίας είναι ασταθές
3) $|f'(x^*)| = 1$ δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα