ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Διδάσκων: Γ. Παπαγεωργίου Φεβρουάριος 2005

Θέμα 1 (1, 1.25, 1.25) = 3.5

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού της μορφής:

$$\begin{aligned} &\text{Max } z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} : \\ &\mathbf{A}\,\mathbf{x} (\le, =, \ge) \mathbf{b}, \\ &\mathbf{x} \ge \mathbf{0} \end{aligned}$$

όπου $\mathbf{c}, \mathbf{x}$ είναι $n \times 1$ διανύσματα, $\mathbf{b}$ είναι ένα $m \times 1$ διάνυσμα, και $\mathbf{A}$ ένας $m \times n$ πίνακας.

1 α) Ορίσατε με βάση αυτό τις έννοιες:

- Χαλαρή μεταβλητή,
- Πλεονασματικη μεταβλητή,
- Κανονική μορφή του προβλήματος.
- Ορίσατε την έννοια ενός πολυέδρου και ενός πολυέδρου σε κανονική μορφή, και πως αυτά συνδέονται με το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.
- Δώσατε τον ορισμό του κυρτού συνδυασμού ενός πεπερασμένου αριθμού διανυσμάτων ενός συνόλου S. Πότε ένα σημείο $\mathbf{x}^a$, θα λέμε ότι είναι ένα ακραίο σημείο.

1,25 β) Να δειχθεί ότι το σύνολο των σημείων $\mathbf{x}$, το οποίο ικανοποιεί τους περιορισμούς:

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ &\mathbf{x} \ge 0 \end{aligned}$$

ορίζει ένα κυρτό σύνολο X_c.

1,25 γ) Να δειχθεί ότι η αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \ ,$$

έχει την βέλτιστη τιμή της σε ένα ακραίο σημείο του κυρτού συνόλου των δυνατών λύσεων.

Θέμα 2 (1.0, 1.0) = 2.0

Μία μεταλλευτική επιχείρηση έχει δύο εργοστάσια (Α και Β), εμπλουτισμού μεταλλεύματος, από τα οποία παράγεται μετάλλευμα *υψηλής, μέσης* και *μικρής* διάστασης κόκκων. Η εταιρεία έχει συμβόλαια τροφοδοσίας σε εργοστάσιο μεταλλουργίας με 12, 8, και 24 τόνους αντίστοιχα των παραπάνω τύπων μεταλλεύματος κάθε εβδομάδα. Το ημερήσιο κόστος λειτουργίας του εργοστασίου Α είναι 1000 (σε χιλιάδες δρχ.) και του εργοστασίου Β είναι 800 (σε χιλιάδες δρχ.). Σε μία ημέρα το εργοστάσιο Α παράγει 6, 2 και 4 τόνους μετάλλευμα *υψηλής μέσης* και *μικρής* διάστασης κόκκων αντίστοιχα, ενώ το εργοστάσιο Β παράγει 2, 2 και 12 τόνους *υψηλής μέσης* και *μικρής* διάστασης κόκκων αντίστοιχα. Πόσες ημέρες την εβδομά-

δα πρέπει κάθε εργοστάσιο εμπλουτισμού να εργάζεται ώστε να έχουμε το ελάχιστο κόστος παραγωγής.

1. Να αναλυθεί το παραπάνω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, και να διατυπωθεί το αντίστοιχο μαθηματικό πρόβλημα,
2. Να υπολογιστεί η βέλτιστη λύση του μαθηματικού προβλήματος γραφικά.

<u>Θέμα 3</u> (1, 2.5, 1) = 4.5

Μία βιοτεχνία ετοίμων ενδυμάτων παράγει δύο τύπους προϊόντων (α) και (β), και διαθέτει τις παρακάτω ποσότητες υλικών:

- Βαμβάκι: 18 μονάδες
- Μετάξι: 10 μονάδες
- Μαλλί: 14 μονάδες

Η παραγωγή ενός προϊόντος τύπου (α) απαιτεί: 2 μονάδες βαμβάκι, 1 μονάδα μετάξι και 1 μονάδα μαλλί. Η παραγωγή ενός προϊόντος τύπου (β) απαιτεί: 1 μονάδα βαμβάκι, 1 μονάδα μετάξι και 2 μονάδες μαλλί. Τα προϊόντα τύπου (α) πωλούνται στην τιμή των 30 €, και του τύπου (β) στην τιμή των 40 €.

Να υπολογιστούν οι ποσότητες των προϊόντων τύπου (α) και (β) που πρέπει να παραχθούν, ώστε η επιχείρηση να επιτύχει τα μέγιστα δυνατά έσοδα.

Για το πρόβλημα αυτό ζητούνται:

1. Να αναλυθεί το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, και να διατυπωθεί το αντίστοιχο μαθηματικό πρόβλημα
2. Να επιλυθεί αλγεβρικά εφαρμόζοντας την μέθοδο *Simplex*.
3. Να επιλυθεί το ίδιο πρόβλημα και γεωμετρικά

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Φ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2.30 ΩΡΕΣ Φ