ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ ΚΑΙ ΚΩΔΙΚΩΝ

Μάρτιος 2003

ΘΕΜΑ 1. α) Να δείξετε ότι αν ένας κώδικας C είναι στιγμιαίος, τότε επίσης είναι και μοναδικά αποκωδικοποιήσιμος.

β) Έστω C ένας στιγμιαίος τετραδικός κώδικας που περιέχει τις κωδικές λέξεις 0, 1 και 2. Πόσες το πολύ επιπλέον κωδικές λέξεις μήκους 2 μπορούμε να προσθέσουμε στον κώδικα αυτόν; Να κατασκευάσετε τον κώδικα με αυτές τις επιπλέον κωδικές λέξεις.

γ) Μία πηγή πληροφορίας παράγει έξι διαφορετικά σύμβολα $u_1, u_2, \ldots, u_6$ με αντίστοιχες πιθανότητες 0.37, 0.24, 0.19, 0.11, 0.05, 0.04. Να βρεθεί ο αντίστοιχος δυαδικός κώδικας με τη μέθοδο του Huffman, καθώς επίσης και η αποδοτικότητά του.

ΘΕΜΑ 2. α) Μία πηγή πληροφορίας παράγει έξι διαφορετικά σύμβολα με αντίστοιχες πιθανότητες 3/8, 1/6, 1/8, 1/8, 1/8 και 1/12. Να προσδιορίσετε τον αντίστοιχο τριαδικό κώδικα με τη μέθοδο του Fano, καθώς επίσης και την αποδοτικότητά του.

β) Μία πηγή πληροφορίας U παράγει n διαφορετικά σύμβολα $u_1, u_2, \ldots, u_n$ με αντίστοιχες πιθανότητες $p(u_1), p(u_2), \ldots, p(u_n)$. Αν C είναι ο αντίστοιχος $r-$αδικός κώδικας ($r > 2$) που παράγεται με τη μέθοδο του Shannon, και το μήκος της κωδικής λέξης που αντιστοιχεί στο σύμβολο u_i είναι ℓ_i, $i = 1, \ldots, n$, να δείξετε ότι:

(i) $\sum_{i=1}^{n} r^{-\ell_i} \leq 1$

(ii) $H_r(U) \leq L < 1 + H_r(U)$

γ) Αν C είναι ένας q-αδικός (n, M, d) κώδικας, να δείξετε ότι $M \leq q^{n-d+1}$. Να δώσετε ένα παράδειγμα ενός κώδικα, για τις παραμέτρους του οποίου επιτυγχάνεται το προηγούμενο φράγμα.

ΘΕΜΑ 3. α) Έστω ότι C είναι ο δυαδικός κώδικας Hamming Ham(r, 2), $r \geq 2$. Να δείξετε ότι:

(i) Η ελάχιστη απόσταση του C είναι 3.