ΣΧΟΛΗ: ΕΜΦΕ Σεπτέμβριος 2005

ΕΞΑΜΗΝΟ: 3ο

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

1. (α) Έστω ότι τα ενδεχόμενα A, B, και Γ είναι ανεξάρτητα με

$$P(A) = \alpha, \qquad P(B) = \beta, \qquad P(\Gamma) = \gamma.$$

Να βρεθεί η πιθανότητα $P(A^c \cup B | B \cup \Gamma)$.

(β) Επαναλάβατε την ερώτηση για την περίπτωση που τα A, B, και Γ είναι ασυμβίβαστα

2. Η πιθανότητα να είναι ελαττωματικό ένα ανταλλακτικό είναι 0,2.

(α) Αν διαλέξουμε τυχαία 6 ανταλλακτικά να βρεθεί η πιθανότητα ένα τουλάχιστον να είναι ελαττωματικό.

(β) Πόσα (τουλάχιστον) ανταλλακτικά πρέπει να διαλέξουμε (τυχαία) ώστε η πιθανότητα να βρούμε (τουλάχιστον) ένα **ΜΗ** ελαττωματικό να υπερβαίνει το 99%;

3. (α) Έστω X τ.μ. με σ.π.π.

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x), & \text{αν } x \in (0,1), \\ 0, & \text{αν } x \notin (0,1). \end{cases}$$

Να προσδιοριστεί η σταθερά k καθώς και η μέση τιμή $E[X]$ της X. Αν η X μετριέται σε μέτρα (m), ποιές είναι οι μονάδες μέτρησης της k;

(β) Επαναλάβατε την ερώτηση (α) για την περίπτωση που η σ.π.π. της X δίνεται από τον τύπο

$$f(x) = \frac{k}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

4. Η από κοινού σ.π.π. των τ.μ. X και Y είναι

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-a^2}} e^{-(x^2-2axy+y^2)/2},$$

όπου $a \in (-1,1)$ είναι μια παράμετρος

(α) Να υπολογιστεί η συνδιακύμανση $Cov(X,Y)$ των X και Y καθώς επίσης και οι ποσότητες $f(y|x)$ και $E[Y|X=x] := \int_{-\infty}^{\infty} y f(y|x)dy$ (Υπό δείξη. $x^2 - 2axy + y^2 = (x-ay)^2 + (1-a^2)y^2$).

(β) Πότε είναι οι X και Y ανεξάρτητες; Δικαιολογείστε την απαντησή σας

5. Ένα εργοστάσιο παράγει ηλεκτρικούς συσσωρευτές που η διάρκεια ζωής τους είναι εκθετική τ.μ. με μέση τιμή $250h$. Για 64 τέτοιους συσσωρευτές ποιά είναι η πιθανότητα ώστε η συνολική διάρκεια ζωής τους να υπερβαίνει τις $20000h$;