ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥΠΟΛΗ ΖΩΓΡΑΦΟΥ, ΚΤΙΡΙΟ ΘΕΟΧΑΡΗ
157 73 ΑΘΗΝΑ

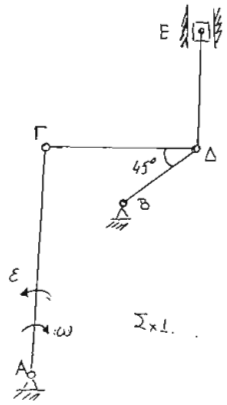
NATIONAL TECHNICAL
UNIVERSITY OF ATHENS
FACULTY OF APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF MECHANICS
LAB. OF STRENGTH AND MATERIALS
ZOGRAFOU CAMPUS, THEOCARIS Bld
GR-157 73, ATHENS, GREECE

Διδάσκοντες: Δ. Μπαρτζώκας, Α. Βακάκης, Μ. Μαρκάκης

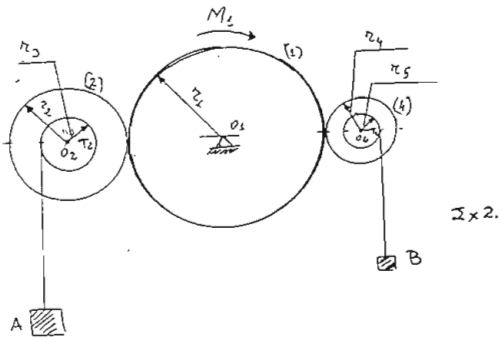
ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ IV (ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ-ΔΥΝΑΜΙΚΗ)
ΤΜΗΜΑ Σ.Ε.Μ.Φ.Ε
25-9-2002

Να επιλεγούν τα τρία (3) από τα έξι (6) θέματα προς επίλυση

Θ έ μ α 1° : Για τον μηχανισμό του σχήματος (1), όπου η ΑΓ περιστρέφεται γύρω από το σημείο Α με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 2\sec^{-1}$ και γωνιακή επιτάχυνση $\varepsilon = 1\sec^{-2}$, να προσδιορισθούν η ταχύτητα και η επιτάχυνση του εμβόλου Ε. Δίδονται ΑΓ $=60cm$, ΓΔ = ΕΔ $=30cm$, ΒΔ $=20cm$.



Θ έ μ α 2° : Οδοντωτός τροχός (1) βάρους P_1 και ακτίνας r_1 περιστρέφεται στο επίπεδό του χωρίς τριβή λόγω ροπής M_1 περί το κέντρο του (σχ. 2). Οι οδοντωτοί τροχοί (2) και (4) βάρους P_2 και P_4 που βρίσκονται σε επαφή με τον (1) συνδέονται με τα τύμπανα T_2 και T_4 βάρους P_3 και P_5 αντίστοιχα. Οι ακτίνες των τροχών (2) και (4), και των τυμπάνων T_2 και T_4 είναι αντίστοιχα r_2, r_4, r_3, r_5. Πάνω στα τύμπανα T_2 και T_4 είναι περιτυλιγμένα νήματα στα άκρα των οποίων υπάρχουν σώματα Α και Β με αντίστοιχα βάρη P_6 και P_7, τα οποία κινούνται λόγω εφαρμογής της ροπής M_1. Με την βοήθεια των εξισώσεων Langrange να υπολογισθεί ο λόγος $\lambda = \dfrac{\gamma_A}{\gamma_B}$ των επιταχύνσεων των δύο φορτίων. Δίδονται: $r_1 = 16a$, $r_2 = 8a$, $r_3 = 2a$, $r_4 = 4a$, $r_5 = a$, $P_1 = 2P$, $P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P$, $P_6 = 10P$, $P_7 = 5P$ ($a = 10cm$, $P = 1kp$). Οι τροχοί και τα τύμπανα είναι κυκλικοί κύλινδροι. Η μάζα των νημάτων θεωρείται αμελητέα.

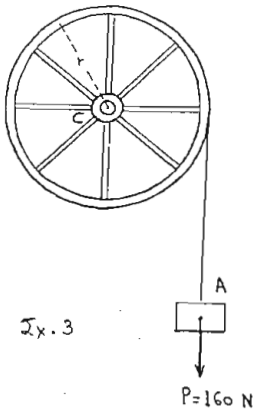


Τηλ.: / Tel.: +030 010 7721295, 7721301, 7721212, Fax: +030 010 7721302, email: mechanic@central.ntua.gr

Θέμα 3°: Σφόνδυλος ακτίνας r και μάζας m, μπορεί να περιστρέφεται ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του C. Στην άκρη Α σκοινιού που είναι περιτυλιγμένο γύρω από την περιφέρεια, προσδένεται σώμα βάρους P. Το σύστημα ξεκινά από την ηρεμία. Αν ο σφόνδυλος έχει ακτίνα αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής ίση με j_c, αμελώντας την τριβή μεταξύ του σκοινιού και του σφονδύλου, υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος Α καθώς και την τάση του σκοινιού.

Δίνονται: $r = 50cm$, $m = 125kg$, $P = 160N$,

$j_c = 40cm$, $g = 10m/\sec^2$



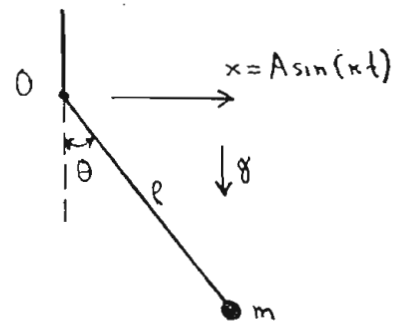
Σχ. 3

Θέμα 4°: Το σημείο στήριξης ενός απλού εκκρεμούς μήκους ℓ κινείται οριζόντια σύμφωνα με την σχέση

$$x = A\sin(\kappa t)$$

πάνω στο επίπεδο ταλάντωσης του θ. Να βρεθεί η διαφορική εξίσωση που διέπει την κίνηση του m μέσω της μεθόδου των εξισώσεων Lagrange (σημείο αναφοράς για την δυναμική ενέργεια λαμβάνεται το Ο) και να λυθεί για $\theta << 1$.

(Για $t = 0$, $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0$)



Σχ. 4.

$$\int \sin(ax+b)\sin(cx+d)dx = \frac{\sin[(a-c)x+b-d]}{2(a-c)} - \frac{\sin[(a+c)x+b+d]}{2(a+c)}$$

$$\int \sin(ax+b)\cos(cx+d)dx = \frac{\cos[(a-c)x+b-d]}{2(a-c)} - \frac{\cos[(a+c)x+b+d]}{2(a+c)}$$

Θέμα 5°: Να υπολογιστεί η χρονική απόκριση του αρμονικού ταλαντωτή χωρίς απόσβεση

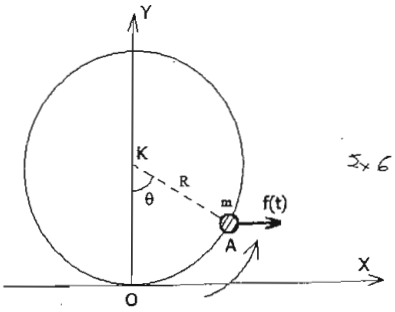
$$\ddot{x} + 4x = f(t), \quad x(0) = \dot{x}(0) = 1$$

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 < t \le 1 \\ 1, & t > 1 \end{cases}$$

Θέμα 6°: Η μάζα m κυλίεται χωρίς τριβή σε κυκλικό σύρμα ακτίνας R. Εξωτερική δύναμη σταθερής οριζόντιας διεύθυνσης και μέτρου $f(t) = F\cos\omega t$ εφαρμόζεται στην μάζα.

(α) Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των εξισώσεων Lagrange να υπολογιστεί η εξίσωση κίνησης της μάζας.

(β) Να γραμμικοποιηθεί η εξίσωση κίνησης για μικρές γωνίες θ. Πότε επέρχεται συντονισμός στο σύστημα;



Σχ. 6