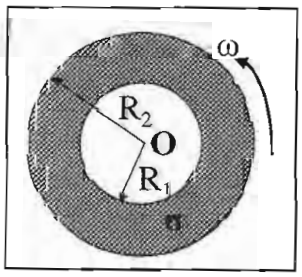
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2003-04
ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗ – ΙΙ
ΤΗΣ ΣΧΟΛΗΣ ΕΜΦΕ ΤΟΥ ΕΜΠ

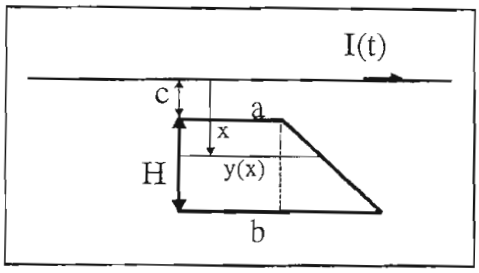
05/10/04
Κ. Παρασκευαϊδης, Ι. Ράπτης, Κ. Ράπτης Διάρκεια 2½ ώρες

Θέμα 1 (30%). Σφαιρικά συμμετρική κατανομή φορτίου περιγράφεται από την χωρική πυκνότητα, $\rho_1(r)=kr$, για $0<r<R$, $\rho_2(r)= - kR^3/2r^2$, για $3R/2<r<2R$, και μηδέν οπουδήποτε αλλού, (όπου $k>0$). α) Να υπολογίσετε το συνολικό φορτίο $Q_{ολ}$ της κατανομής. β) Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό πεδίο $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ στις περιοχές: **I** ($0<r<R$), **II** ($R<r<3R/2$), **III** ($3R/2<r<2R$), **IV** ($2R<r<\infty$). γ) Να υπολογίσετε το δυναμικό $V=V(r)$ σε ένα σημείο r της περιοχής III της κατανομής, με σημείο αναφοράς (μηδενικού δυναμικού) ένα σημείο που απέχει άπειρη απόσταση από αυτό.

Θέμα 2 (25%). Σφαιρικός συμπαγής αγωγός ακτίνας R_3, με συνολικό φορτίο μηδέν, έχει ομόκεντρη σφαιρική κοιλότητα ακτίνας R_2, στο κέντρο της οποίας τοποθετείται συμπαγής μεταλλική σφαίρα ακτίνας R_1, η οποία φέρει φορτίο $Q\neq0$. Συγκρατούμε τα δύο σώματα σε αυτή την διάταξη, μέχρις ότου αποκατασταθεί στατική κατάσταση. α) Να υπολογίσετε την κατανομή φορτίου σε όλο τον χώρο, με τη μορφή χωρικών (ρ) ή επιφανειακών (σ) πυκνοτήτων φορτίου. β) Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U του συστήματος. γ) Μετακινούμε λίγο την μεταλλική σφαίρα (ακτίνας R_1), από το κέντρο συμμετρίας της διάταξης και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί, περιμένοντας να αποκατασταθεί ισορροπία. Να υπολογίσετε τη νέα κατανομή φορτίου σε όλο τον χώρο, με τη μορφή νέων χωρικών (ρ') ή επιφανειακών (σ') πυκνοτήτων φορτίου. δ) Να υπολογίσετε την νέα ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U' του συστήματος. ε) Να συγκρίνετε τα μεγέθη U και U' και να σχολιάσετε τη σχέση τους, (δηλαδή, γιατί είναι ίσα, ή, πού οφείλεται η τυχόν διαφορά τους, αντίστοιχα).



Θέμα 3 (25%). α) Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο λεπτού κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού ακτίνας R, που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. β) Επίπεδη κατανομή φορτίου με επιφανειακή πυκνότητα σ εκτείνεται σε περιοχή διακτυλιοειδούς δίσκου ακτίνων R_1 και $R_2>R_1$, (βλ. σχήμα). Η διάταξη περιστρέφεται, με γωνιακή συχνότητα ω, περί άξονα κάθετο στο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο συμμετρίας Ο. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο Ο, συναρτήσει των σ, ω, R_1, R_2. [Υπόδειξη: Χρησιμοποιείστε το αποτέλεσμα του ερωτήματος (α) για τον υπολογισμό του πεδίου στο ερώτημα (β)].



Θέμα 4 (25%) . α) Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο λόγω ενός ευθύγραμμου αγωγού άπειρου μήκους, ως συνάρτηση της κάθετης απόστασης x από αυτόν. β) Συρμάτινο πλαίσιο, με σχήμα ορθογωνίου τραπεζίου, (με βάσεις a< b, και ύψος H), βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με ευθύγραμμο αγωγό άπειρου μήκους, ο οποίος είναι παράλληλος προς τις πλευρές a, b, διέρχεται σε απόσταση c από την μικρότερη (βλ. σχήμα), και διαρρέεται από ρεύμα $I=I(t)$. Υπολογίστε την ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ που αναπτύσσεται στο τραπεζοειδές πλαίσιο. γ) Σημειώστε στο σχήμα τη φορά του εξ' επαγωγής ρεύματος στο πλαίσιο, αν το ρεύμα του ευθύγραμμου αγωγού αυξάνεται με το χρόνο. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

$\Rightarrow$

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{\upsilon} \times \vec{B}\right) \qquad V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \frac{d}{du}\ln\left[f(u)\right] = \frac{1}{f(u)}\frac{df}{du},$$

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)\vec{\upsilon}(\vec{r},t), \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \qquad I(S) = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B} \qquad d\vec{B} = \mu_0 I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2} \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$U_E = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_{\pi\alpha\nu\tau o\acute{\upsilon}} E^2 d\upsilon \qquad U_B = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\pi\alpha\nu\tau o\acute{\upsilon}} B^2 d\upsilon$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \int_{V(S)} \rho(\vec{r})\, d\upsilon \quad , \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{S(C)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Leftrightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{S(C)} \mu_0 \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$